VISION 6

~Notes de cours~

Du symbolisme pour généraliser



Mathématique 3e secondaire

Collège Regina Assumpta

2015 – 2016



Nom : \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

Groupe : \_\_\_\_\_

|  |
| --- |
| SECTION 6.1 |

*Référence : Manuel VISIONS mathématique, volume 2, éditions CEC, pages 94-95*

# Décomposition en facteurs

|  |
| --- |
| La décomposition en facteurs est le processus inverse de la distributivité. La factorisation est la recherche des facteurs d’un produit. Chacun des cas de facteurs vus cette année correspond à une multiplication de polynômes bien précise.Factoriser ou décomposer en facteurs un polynôme, c’est retrouver les expressions qui, multipliées ensemble, ont donné comme produit le polynôme initial. |

Exemples :

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Décompose en facteurs le nombre 12. | Décompose en facteurs l’expression algébrique $6x^{2}$. | Effectue…$2\left(3x-5\right)=$ Factorise …$6x-10=$  | Effectue…$7t\left(2t+4\right)=$ Factorise…$14t^{2}+28t=$  |

# Factorisation : Mise en évidence simple

|  |
| --- |
| À partir d’un polynôme donné, on retrouve un facteur commun ou un diviseur commun à **TOUS les termes**. Ce facteur ou ce diviseur commun que l’on met en évidence est appelé le plus grand commun diviseur (PGCD).La mise en évidence simple se fait avant toute autre factorisation. |

Exemples : Factorise (ou décompose en facteurs) les polynômes suivants.

1. $25x+15y=$ Preuve :
2. $7ab+6bc=$ Preuve :
3. $8xy-4xyz=$ Preuve :
4. $-16a^{3}b-12a^{2}c=$ Preuve :

|  |
| --- |
| Comment faire une **mise en évidence simple**?1. Trouver le PGCD de **tous** les termes du polynôme.
2. Diviser chacun des termes du polynôme par ce PGCD.
3. Exprimer les facteurs du polynôme en multipliant le diviseur (PGCD) et le quotient obtenu.

**ATTENTION!*** Le PGCD d’une expression ayant des variables communes doit être composé de celles affectées du plus petit exposant.
* Les facteurs obtenus doivent être des polynômes premiers et simplifiés.
* Un polynôme premier est un polynôme n’ayant que 1 et lui-même comme facteurs.
 |

Exemples : Factorise les polynômes suivants.

|  |  |
| --- | --- |
| 1. $6x^{3}-12x^{4}y+9x^{2}=$
 | 1. $m^{2}n^{4}+7m^{3}n^{2}-5m^{3}n+m^{2}n=$
 |
| 1. $3\left(x+y\right)+5a\left(x+y\right)=$
 | 1. $8x^{2}\left(a+b\right)-7\left(a+b\right)=$
 |
| 1. $3a^{2}\left(c+d\right)-6a\left(c+d\right)=$
 | 1. $7x^{3}\left(4x-2y\right)+14x^{2}y\left(4x-2y\right)=$
 |
| 1. $\left(a+b\right)\left(a-b\right)+\left(a+b\right)^{2}=$
 | 1. $2x\left(3a+6b\right)-4y\left(3a+6b\right)=$
 |
| 1. $20x^{2}\left(3x+6y\right)-10xy\left(3x+6y\right)=$

**Pour simplifier des expressions rationnelles, il faut exprimer le numérateur et le dénominateur sous forme de facteurs!** |

|  |  |
| --- | --- |
| 1. $\frac{3\left(x+y\right)}{5\left(x+y\right)}=$
 | 1. $\frac{6x^{2}y+6xy}{12ay-48y}=$
 |
| 1. $\frac{am+an}{bn+bm}=$
 | 1. $\frac{12x^{3}+8x^{2}}{6x^{2}+4x}=$
 |

# Factorisation : Mise en évidence double

|  |  |
| --- | --- |
| Décompose en facteurs :$$ax+ay+bx+by$$Y a-t-il une autre façon de regrouper les termes?Qu’importe le regroupement, la réponse est toujours \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_. | Décompose en facteurs :$$3x^{2}y+y-9x^{2}-3$$Y a-t-il une autre façon de regrouper les termes? |

|  |
| --- |
| **ATTENTION!** La **mise en évidence simple** se fait avant toute autre factorisation. |

|  |
| --- |
| Comment faire une **mise en évidence double**?1. La mise en évidence double permet de trouver les facteurs d’un polynôme comportant un nombre pair de plus de deux termes.
2. En groupant par paires les termes, on essaie d’abord d’effectuer la mise en évidence simple d’un facteur commun à **chaque** groupe.
3. Puis, on trouve un nouveau facteur commun à mettre en évidence. Ce nouveau facteur commun est le polynôme (entre parenthèses) trouvé à l’étape 2.
 |

 Exemple : Factorise les polynômes suivants.

|  |  |
| --- | --- |
| 1. $6a^{2}x+3ax-2a-1=$
 | 1. $2ax+2bx+4ay+4by=$
 |
| 1. $6ax+12bx-12ay-24by=$
 | 1. $\frac{4a^{2}-4ab-3a+3b}{12a-9}=$
 |
| 1. $\frac{2ax^{2}+3ax+4x^{2}+6x}{2a^{2}x+3a^{2}+4ax+6a}=$
 | 1. $\frac{5ax+5a-2bx-2b}{15ax-10a-6bx+4b}=$
 |

# Factorisation : Résumé

**Attention!**

* Effectuer la mise en évidence simple en premier.
* S’il y a 4 termes, vérifier s’il est possible de faire une mise en évidence double.

|  |  |
| --- | --- |
| **Mise en évidence simple (MES) :**Trouver le PGCD, diviser chacun des termes par ce PGCD et exprimer les facteurs en multipliant le PGCD et le quotient obtenu. | **Mise en évidence double (MED) :**Grouper par paires les termes et effectuer la MES d’un facteur commun à chaque groupe. Ainsi, on trouve un nouveau facteur commun (entre parenthèses) à mettre en évidence. |
| 1. 4xy + 2ab =
2. 16ab2 + 8ab2c – 4bc2=
3. (x+y)2 + 2(x+y)=
4. (a-b) – (a-b) (a+b)=
5. (2x + 4y) + 5(2x + 4y)=
 | 1. 3c2 + c + 6cd + 2d =
2. 6x2 – 30 xy + 8xy – 40y2 =
3. c8 + c6 + c4 + c2 =
4. xy – 4y – 4x2 – 16x =
 |

10) 

11) 

12) 

13) ****

|  |
| --- |
| SECTION 6.2 |

*Référence : Manuel VISIONS mathématique, volume 2, éditions CEC, pages 107-108*

# Résolution d’inéquations du premier degré à une inconnue

|  |
| --- |
| Une inéquation est une inégalité mathématique comportant une ou plusieurs inconnues.Les quatre symboles utilisés sont :* < : est inférieur à
* > : est supérieur à
* $\leq $ : est inférieur ou égal à
* $\geq $ : est supérieur ou égal à

Résoudre une inéquation, c’est trouver la ou les valeurs numériques qui rendent l’inégalité vraie.  |

# Propriétés des inéquations

Exemple : Il existe des propriétés pour les inéquations. À partir de l’inégalité suivante : 10 < 20,

1. Additionne une même quantité aux deux membres de l’inéquation :
2. Soustrais une même quantité aux deux membres de l’inéquation :
3. Multiplie par une même quantité **positive** les deux membres de l’inéquation :
4. Multiplie par une même quantité **négative** les deux membres de l’inéquation :
5. Divise par une même quantité **positive** les deux membres de l’inéquation :
6. Divise par une même quantité **négative** les deux membres de l’inéquation :

|  |
| --- |
| **Propriété d’addition et de soustraction**L’addition ou la soustraction d’une même quantité aux deux membres d’une inéquation ne modifie pas l’ensemble solution.**Propriété de multiplication ou de division par un nombre positif**La multiplication ou la division des deux membres d’une inéquation par un même nombre positif non-nul ne modifie pas l’ensemble solution.**Propriété de multiplication ou de division par un nombre négatif**La multiplication ou la division des deux membres d’une inéquation par un même nombre négatif non-nul ne modifie pas l’ensemble solution, en autant que l’on change **le sens du symbole d’inégalité**. |

|  |
| --- |
| Les valeurs rendant l’inéquation vraie sont appelées *solutions de l’inéquation*. L’ensemble des solutions est appelé *ensemble solution*.On emploie les ensembles de nombres ($N,Z, Q, Q^{'} et R$) lors de la résolution d’inéquations, mais les ensembles $N,Z et R$ sont les plus utilisés. C’est dans un de ces ensembles que proviennent les éléments de l’ensemble solution. |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Chaque ensemble solution trouvé peut être représenté :* En extension, seulement avec les ensembles de référence $N$ et $Z$;
* En compréhension;
* Graphiquement à l’aide de la droite numérique.
* Sous forme d’intervalles, seulement avec l’ensemble de référence $R$.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Proposition | Graphiquement ($R$) | Intervalles ($R$) |
| $$x>5$$ |  |  |
| $$x\geq 5$$ |  |  |
| $$x<5$$ |  |  |
| $$x\leq 5$$ |  |  |

 |

 Exemples :

1. Complète le tableau suivant, à partir de chacune des inéquations :
2. $x>5$

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **Ensemble de référence** | **Extension** | **Compréhension** | **Graphiquement** | **Intervalles** |
| $$N$$ |  |  |  | N / A\* |
| $$Z$$ |  |  |  | N / A\* |
| $$R$$ | N / A\* |  |  |  |

\*N / A signifie que cette présentation est non-applicable.

1. $x\leq -2$

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **Ensemble de référence** | **Extension** | **Compréhension** | **Graphiquement** | **Intervalles** |
| $$N$$ |  |  |  | N / A |
| $$Z$$ |  |  |  | N / A |
| $$R$$ | N / A |  |  |  |

1. $2\left(x-2\right)+9>20$

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **Ensemble de référence** | **Extension** | **Compréhension** | **Graphiquement** | **Intervalles** |
| $$N$$ |  |  |  | N / A |
| $$Z$$ |  |  |  | N / A |
| $$R$$ | N / A |  |  |  |

1. $2x>8$

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **Ensemble de référence** | **Extension** | **Compréhension** | **Graphiquement** | **Intervalles** |
| $$N$$ |  |  |  | N / A |
| $$Z$$ |  |  |  | N / A |
| $$R$$ | N / A |  |  |  |

1. $3x+5\leq x+7$

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **Ensemble de référence** | **Extension** | **Compréhension** | **Graphiquement** | **Intervalles** |
| $$N$$ |  |  |  | N / A |
| $$Z$$ |  |  |  | N / A |
| $$R$$ | N / A |  |  |  |

1. $5\left(x+2\right)+7>8\left(x+1\right)-9$

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **Ensemble de référence** | **Extension** | **Compréhension** | **Graphiquement** | **Intervalles** |
| $$N$$ |  |  |  | N / A |
| $$Z$$ |  |  |  | N / A |
| $$R$$ | N / A |  |  |  |

1. Résous graphiquement et sous forme d’intervalles dans $R$.
2. $3\left(a+4\right)-5\left(a-4\right)<6\left(a+3\right)-\left(a-2\right)$
3. $\frac{3y+4}{5}\geq \frac{y-5}{3}$
4. $\frac{y}{5}+\frac{1}{3}>\frac{y}{2}-3$
5. Résous graphiquement et écris l’ensemble solution en compréhension à partir de l’ensemble de référence $N$.
6. $\frac{2\left(x+1\right)}{3}>\frac{6x-9}{2}$
7. $2x-\frac{3}{5}\left(x-6\right)\geq 8-(x+4)$
8. $-\left(4x+3\right)+\frac{1}{2}>x$
9. Résous graphiquement et écris l’ensemble solution en compréhension à partir de l’ensemble de référence $Z$.
10. $\frac{7n+1}{2}\geq 3n-8$
11. $2x-5-15+(10+x)\geq 0$
12. $\frac{2y-3}{5}<\frac{y+1}{2}$
13. Résous et exprime l’ensemble solution en compréhension et sous forme d’intervalles dans $R$.
14. $\frac{2y}{3}-5\leq y+\frac{1}{2}$
15. $\frac{2}{3}\left(x+1\right)-\frac{3x-1}{2}\geq \frac{5}{6}\left(x+4\right)-2$
16. $\frac{5}{3}\left(x+2\right)-\frac{x+1}{2}\leq \frac{3}{4}\left(x-4\right)-\frac{x}{2}$

# Résolution de problèmes avec des inéquations à une variable

|  |
| --- |
| Le processus est pratiquement le même qu’avec la résolution de problèmes avec des équations. La seule étape qui change est la troisième. On doit donner la réponse selon des critères bien précis. |

 Exemples : Résous les problèmes suivants.

1. Trouve le plus petit entier possible, qui, multiplié par 4, est supérieur ou égal à la somme de cet entier et de 7.

**Identification :**

|  |
| --- |
|  |

**Inéquation et résolution:**

|  |
| --- |
|  |

**Trouver les différentes réponses possibles à l’aide de la situation initiale :**

|  |
| --- |
|   |

**Solution :**

|  |
| --- |
|  |

1. Trouve les trois plus grands entiers consécutifs tel qu’en retranchant le premier du triple du troisième, on obtienne un résultat supérieur au quadruple du second.

**Identification :**

|  |
| --- |
|  |

**Inéquation et résolution:**

|  |
| --- |
|  |

**Trouver les différentes réponses possibles à l’aide de la situation initiale :**

|  |
| --- |
|   |

**Solution :**

|  |
| --- |
|  |

# RAPPEL : Les ensembles de nombres

**Nombres** **réels** : chacun des nombres rationnels et irrationnels réunis.

**R**

**Nombres** **rationnels** : chacun des nombres pouvant s’écrire sous la forme d’une fraction où le numérateur et le dénominateur sont des nombres entiers (dénominateur doit être différent de zéro). La partie décimale de ces nombres est finie ou infinie et périodique. La période est le groupe de chiffres qui se répètent indéfiniment.

**Nombres irrationnels** : chacun des nombres ne pouvant pas s’écrire sous la forme d’une fraction où le numérateur et le dénominateur sont des nombres entiers.

La partie décimale de ces nombres est infinie et non périodique.

**Nombres** **entiers** : chacun des nombres entiers positifs, négatifs ou nul.

**Nombres naturels** : chacun des nombres entiers positifs ou nul.

**N**

**Z**

**Q**

**Q’**

π

π

 = 0,142 857 142 857 142… = 0,

la période

-1000

-15

-53

75

10

0

 = 1,750 000… = 1,75 = 1,75

- = - 0,333 333 … = - 0,