VISION 5

~Notes de cours~

Des outils pour mesurer l’espace

[](http://images.google.ca/imgres?imgurl=http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/0/0e/Rubik's_cube_variations.jpg&imgrefurl=http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Rubik's_cube_variations.jpg&usg=__-hYk22JK0LVAkux2qWPlONJkvgE=&h=359&w=600&sz=50&hl=fr&start=12&um=1&tbnid=k87PF58uIn3giM:&tbnh=81&tbnw=135&prev=/images?q%3Dcube%2Brubik%26gbv%3D2%26um%3D1%26hl%3Dfr%26sa%3DN)

Mathématique 3e secondaire

Collège Regina Assumpta

2015 – 2016

[](http://images.google.ca/imgres?imgurl=http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/0/0e/Rubik's_cube_variations.jpg&imgrefurl=http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Rubik's_cube_variations.jpg&usg=__-hYk22JK0LVAkux2qWPlONJkvgE=&h=359&w=600&sz=50&hl=fr&start=12&um=1&tbnid=k87PF58uIn3giM:&tbnh=81&tbnw=135&prev=/images?q%3Dcube%2Brubik%26gbv%3D2%26um%3D1%26hl%3Dfr%26sa%3DN)

[](http://images.google.ca/imgres?imgurl=http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/0/0e/Rubik's_cube_variations.jpg&imgrefurl=http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Rubik's_cube_variations.jpg&usg=__-hYk22JK0LVAkux2qWPlONJkvgE=&h=359&w=600&sz=50&hl=fr&start=12&um=1&tbnid=k87PF58uIn3giM:&tbnh=81&tbnw=135&prev=/images?q%3Dcube%2Brubik%26gbv%3D2%26um%3D1%26hl%3Dfr%26sa%3DN)

Nom : \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

Groupe : \_\_\_\_\_

|  |
| --- |
| SECTION 5.1 |

# Définitions

|  |
| --- |
| La mesure de la surface délimitée par une figure est appelée l’aire ou la superficie.  La mesure de l’espace occupé par un solide est appelée le volume. |

# Conversions

## Longueur

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |

## Aire

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |

1 dm = 10 cm

1 dm = 10 cm

1 dm = 10 cm

1 dm • 1 dm • 1 dm = 10 cm • 10 cm • 10 cm

1 dm³ = 1 000 cm³

1 dm3 = 1 000 cm3

## Volume

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Nom de l’unité de volume** | **Symbole** | **Exemple de contexte approprié** |
| Kilomètre cube | km3 | Volume d’une montagne |
| Hectomètre cube | hm3 | Volume d’un centre commercial |
| Décamètre cube | dam3 | Volume d’une maison |
| Mètre cube | m3 | Volume d’un réfrigérateur |
| Décimètre cube | dm3 | Volume d’un téléviseur |
| Centimètre cube | cm3 | Volume d’une gomme à effacer |
| Millimètre cube | mm3 | Volume d’une pièce de monnaie |

## Capacité

|  |
| --- |
| C’est un \_\_\_\_ volume \_\_\_\_\_ exprimé principalement en ml, l et kl. Il existe une équivalence entre les unités de volume et les unités de capacité. |

**Unités de capacité**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | | | | | | | | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | | | |
| **Unités de volume** |  |  |  |  |  |  |  |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  |  |  | |

## Équivalence entre les unités de volume et de capacité

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Volume** |  |  |  |
| **Capacité** |  |  |  |





=

Exemples :

1. Convertis chacune des mesures suivantes. **(Unités de longueur et de capacité)**
2. 6,8 dm = 680 mm
3. 7,31 dam = 0,731 hm
4. 0,005 km = 5 m
5. 3,56 l = 0,0356 hl
6. 457 ml = 0,457 l
7. 0,5 dal = 500 cl
8. 0,000 047 hm = 4,7 mm
9. 6 mm = 0,0006 dam
10. 21,5 ml = 0,002 15 dal
11. 15 cl = 0,15 l
12. Convertis chacune des mesures suivantes. **(Unités de surface)**
13. 8 m² = 80 000 cm²
14. 7,1 m² = 0,000 71 hm²
15. 3,5 dam² = 35 000 dm²
16. 478 cm² = 4,78 dm²
17. 0,073 km² = 730 dam²
18. 8 340,72 mm² = 83,4072 cm²

1 ha = 10 000 m² = 1 hm²

1. 0,000 7 m² = 7 cm²
2. 5,2 × 10³ dm² = 0,52 dam²
3. 5 421 ha = 54,21 km²
4. 291 km² = 29 100 ha

1. Convertis chacune des mesures suivantes. **(Unités de volume)**

**Conversions d’unités de volume en unités de capacité**

= 10,5 ml  
= 7 392 340 000 ml  
= 48 000 000 000 000 l  
= 6 924,5 l  
= 597 996 300 000 l  
= 3 540 000 cl  
= 580 000 cl  
= 34,57 dl  
= 3 590 000 dl  
= 0,0002 dl

1. 10,5 cm³ = 10 500 mm³
2. 7 392,34 m³ = 0,007 392 34 hm³
3. 48 km³ = 48 000 000 000 m³
4. 6 924,5 dm³ = 0,006 924 5 dam³
5. 597,996 3 hm³ = 0,597 996 3 km³
6. 35,4 m³ = 35 400 dm³
7. 5,8 m³ = 0,0058 dam³
8. 3 457 cm³ = 3,457 dm³
9. 0,359 dam³ = 359 m³
10. 20 mm³ = 0,02 cm³
11. Convertis chacune des mesures suivantes. (**Conversions d’unités de volume en unités de capacité)**
12. 25,3 l = 25,3 dm³
13. 145 dl = 14 500 cm³
14. 0,375 cm³ = 0,375 ml
15. 887 000 mm³ = 8,87 dl
16. 0,02 dm³ = 0,000 02 kl
17. 500,06 mm³ = 0,000 500 06 l
18. 339 004 cl = 3,390 04 m³
19. 0,007 8 kl = 7 800 000 mm³
20. Trouve le résultat de ces additions:

a) 5 cm3 + 4 ml + 15 mm3 = \_\_\_9,015\_\_\_ ml

5 ml + 4 ml + 0,015 ml

b) 10 m3 + 15 cm3 = \_10 000,015\_\_\_\_ dm3

10 000 dm3 + 0,015 dm3

c) 150 l + 3 kl + 1 km3 = 1 000 000 003 150\_\_ l

150 l + 3000 l + 1 000 000 000 000 l

|  |
| --- |
| SECTION 5.2 |

# Volume d’un prisme

De quelle façon pourrais-tu calculer rapidement le nombre de cubes dans ce solide? En calculant le nombre de cubes dans la première rangée et en le multipliant par le nombre de rangées.

|  |
| --- |
| Formule générale du volume d’un prisme :  Où  : l’aire de la base du solide  V = AB • h  et :\_ la hauteur du solide |

Exemple : Calcule le volume de ces prismes.

L = 6 cm

l = 3 cm

h = 4 cm

c = 8 cm

h = 17 cm

c1 = 6 cm

c2 = 8 cm

c3 = 10 cm

h = 20 cm

a) b) c)

**b)** V = AB • h

V = c2 • h

V = 82 • 17

Rép. : Le volume   
est de **1 088** **cm3.**

**a)** V = AB • h

V = L • l • h

V = 6 • 3 • 4

Rép. : Le volume   
est de **72** **cm3.**

**c)** V = AB • h  
 V =  • h  
 V = • 20  
 V = 480  
Rép. : Le volume   
est de **480** **cm3.**

aB = 0,04 m

c = 46 mm

h = 12 cm

Pourrais-tu trouver une formule générale pour calculer le volume d’un cube?

V cube =

c = 9 dm

d) e)

aB = 0,04 m

c = 46 mm

h = 12 cm

Pourrais-tu trouver une formule générale pour calculer le volume d’un cube?

V cube =

c = 9 dm

Rép. : Le volume   
est de **729** **dm3.**

**e)** V = AB • h  
 V = c2 • c  
 V = 93 V = 729

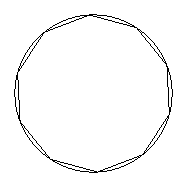
**d)** V = AB • h  
 V =  • h  
 V = • 12  
 V = 662,4

Rép. : Le volume   
est de **662,4** **cm3.**

# Volume d’un cylindre

****

Soit un cylindre droit de hauteur h. On peut considérer à la limite ce cylindre comme étant un prisme droit de même hauteur et dont la base est un polygone régulier ayant un très grand nombre de côtés. L’aire de la base de ce prisme ayant un très grand nombre de côtés est approximativement égale à l’aire d’un disque.



|  |
| --- |
| Rappel :  Dans un cercle : C = πd = 2πr et A = πr2 |



*Source*:<http://fr.wikipedia.org/wiki/M%C3%A9thode_des_indivisibles>

De quelle façon pourrais-tu calculer l’espace occupé par cet empilement de sous (cylindre)? En calculant le volume d’un sous et en le multipliant par le nombre de sous OU en calculant l’aire de la base d’un sous et en multipliant par la hauteur de la pile!

h = 4 dm

r = 2 dm

h = 55 m

d = 25 m

|  |
| --- |
| Formule générale du volume d’un cylindre :  Où  : le rayon de la base du cylindre  V = πr2 • h  et :\_ la hauteur du cylindre |

Exemple : Calcule le volume des cylindres suivants et arrondis ta réponse au millième près.

a) b)

h = 4 dm

r = 2 dm

h = 55 m

d = 25 m

**b)** V = AB • h  
 V = πr2 • h  
 V = π • 12,52 • 55  
 V = 8 593,75π

Rép. : Le volume est environ   
de **26 998,062** **m3.**

**a)** V = AB • h  
 V = πr2 • h  
 V = π • 22 • 4  
 V = 16π

Rép. : Le volume est environ   
de **50,265** **dm3.**

# Volume des solides non droits

**Exemple 1**

Il y a une pile de feuilles sur le pupitre de ton enseignant(e). Accidentellement, lors de ton entrée en classe, tu heurtes ce pupitre. Voici ce qui se passe :

La forme de ces 2 piles a-t-elle changée ? Oui

Les deux solides ont-ils la même hauteur? Oui

L’aire de chacune des feuilles est-elle la même pour les deux solides? Oui

Serais-tu en mesure de calculer le volume des deux piles de feuilles ? Oui

Que peux-tu conclure du volume de ces deux solides? Les deux piles occupent le même volume (chaque feuille a la même aire et les deux piles ont la même hauteur)

**Exemple 2**



*Source*: <http://fr.wikipedia.org/wiki/M%C3%A9thode_des_indivisibles>

La forme de ces 2 piles a-t-elle changée ? Oui

Les deux solides ont-ils la même hauteur? Oui

L’aire de chacun des sous est-elle la même pour les deux piles? Oui

Serais-tu en mesure de calculer le volume des deux piles de sous ? Oui

Que peux-tu conclure du volume de ces deux piles? Les deux piles occupent   
le même volume (chaque sous a la même aire et les deux piles ont la même   
hauteur)

C’est ce qu’on appelle le principe de Cavalieri.



Source : http://www3.unibo.it/  
avl/storia/cavalier.htm

1598-1647

**Conclusion**

Si deux solides ont la même hauteur et la même aire pour chacune des sections parallèles à la base, alors ces deux solides ont le même volume.

|  |
| --- |
| SECTION 5.3 |

# 4. Volume de la pyramide

Référence : Manuel VISIONS mathématique, volume 2, éditions CEC, page 30

1. Les trois pyramides construites ont-elles le même volume? Pourquoi?

Oui, ce sont les mêmes pyramides, elles sont donc isométriques.

1. À quel solide ressemble l’assemblage de ces trois pyramides?

À un prisme à base triangulaire.

1. Compare la hauteur du solide à la hauteur d’une pyramide. Que remarques-tu?

Elles ont la même hauteur.

1. Quelle est la formule générale du volume d’un prisme?

V = AB • h

1. Que peux-tu dire sur le volume d’une seule pyramide?

Il correspond au tiers du volume du prisme.

|  |
| --- |
| Formule générale du volume d’une pyramide :  V = Où : où AB : aire de la base de la pyramide  et h : hauteur de la pyramide  Note : Cette formule permet de calculer le volume des pyramides régulières et non-régulières. |

h

aB

aP

**Apex**

Exemples :

1. Trouve le volume d’une pyramide à base carrée de 24 cm de périmètre et de 10 cm de hauteur.

c = 







Réponse : Le volume de la pyramide est de 120,000 cm3.

1. Une pyramide régulière à base pentagonale mesure 615,7 mm d’apothème. Le périmètre et l’apothème de sa base mesurent respectivement 10 dm et 13,8 cm. Trouve le volume de la pyramide **en dm³** et arrondis tes calculs au dixième près.

  ap2 = h2 + aB2

  6,1572= h2 + 1,382

  37,9 ≈ h2 + 1,9

h ≈ 

Réponse : Le volume de la pyramide est d’environ 13,8 dm3. h ≈ 6,0

# Volume du cône

Une démonstration aura lieu en classe afin de trouver la formule du volume du cône. Ton enseignant utilisera un cylindre et un cône de **même** rayon et de **même** hauteur.

1. Tout d’abord, quelle est la formule du volume du cylindre?

V = πr2 • h

Après avoir observé les manipulations de ton enseignant, que peux-tu conclure?

1. Le cylindre est rempli par \_\_\_3\_\_ cônes.
2. Alors, on a : \_\_\_3\_\_ Volume du cône = Volume du cylindre.
3. Donc, Volume du cône = 

|  |
| --- |
| Formule générale du volume d’un cône :  V =  où r : rayon de la base du cône  et h : hauteur du cône |

Exemples :

1. Sachant que la hauteur et le diamètre d’un cône mesurent respectivement 27 cm et 12 cm, calcule le volume exact de ce cône.

r = 

  
Réponse : Le volume exact du cône est de 324π cm3.

1. Sachant que le rayon d’un cône mesure 3 cm et que son apothème mesure 5 cm, calcule le volume de ca cône et arrondis tes calculs au centième près.

ac2 = h2 + r2   
 h = 4   
Réponse : Le volume exact du cône est d’environ 37,70 cm3.

# Volume de la boule (ou sphère)

|  |
| --- |
| Formule générale du volume de la boule :  V =    Où : le rayon de la sphère (boule)  Formule générale du volume d’une demi-boule :  V =  Où : le rayon de la sphère (boule) |

Exemples :

1. Quel est le volume exact d’une boule sachant que son rayon est de 5 cm?

V = 

V = 

V = 

Réponse : Le volume exact de cette boule est de  cm3.

1. Si l’aire d’une boule est de , alors quel est le volume exact d’une demi-boule de même rayon?

2) V = 

V = 

V = 

Réponse : Le volume exact de cette boule est de  cm3.

1. A = 4πr2,

16π = 4πr2

16π = 4πr2

4 = r2

2 = r

# Volume de solides décomposables

La nature ainsi que les humains créent toutes sortes de formes plus ou moins complexes. Souvent ces solides complexes sont décomposables en solides plus simples, comme un prisme, un cylindre, une pyramide, un cône et une sphère. C’est de cette façon, que l’on peut calculer plus facilement leur volume et leur aire totale.

Rappel :

L’aire totale d’un solide décomposable n’est pas la somme ou la différence des aires totales des solides qui le composent. Il faut calculer seulement l’**aire visible**.

|  |
| --- |
| Le volume total d’un solide décomposable **est** \_\_\_ somme\_\_\_ ou la différence\_\_\_\_\_\_ des \_\_\_\_\_\_\_ volumes \_\_\_\_\_\_ solides qui le composent. |

Exemples :

1. Une boîte à lunch en métal a la forme et les dimensions représentées ci-contre et le couvercle est un demi-cylindre. Quel est le volume de cette boîte ? Dans tes calculs, néglige la poignée et arrondis   
   tes calculs au millième près.



**V = Vdemi-cylindre + Vprisme**

**V = πr2h + AB•h**

**V = π ()² (27) + (17 • 14) • (27)**

V ≈ 3 064,231 + 6 426

V = (975,375π + 6 426) cm3 ≈ 9 490,231 cm3

1. Calcule le volume de ce solide troué, sachant que le prisme a 36 cm de longueur, 11 cm de largeur, 12 cm de hauteur et que le cylindre a un rayon de 2,5 cm. Arrondis tes calculs au millième près.

**V = Vprisme - Vcylindre**

**V = AB•h - πr2h**

**V = (36 • 11) •14 - π (2,5)² (12)**

**V** ≈ **4 752 – 235,619**

V = (4 752 - 75π) cm3 ≈ 4 516,381 cm3

**En résumé**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | Volume | Aire latérale | Aire totale |
| Prisme | V = AB • h |  |  |
| Cylindre | V = πr2 • h | ou | ou |
| Pyramide | V = |  |  |
| Cône | V = |  |  |
| Sphère | V = |  |  |
| Demi-sphère | V = | AL = 2πr2 |  |

Exemples :

6 cm

8 cm

aP = 7,6 cm

1. Soit le solide à base carrée suivant :

\**N’oublie pas d’écrire tes formules et d’arrondir tes*

*calculs au millième près.*

a) calculer son aire latérale.

**AL = AL prisme  + AL pyramideAL = PB • h +**   
**AL = 4 • 6 • 8 +**   
**AL = 192 + 91,2  
AL = 283,2**

**Réponse : L’aire latérale du solide est de 283,200 cm2.**

b) calculer son aire totale.

**AT = AL solide  + ABAT = 283,2 + c2AT = 283,2 + 62   
AT = 283,2 + 36  
AT = 319,2**

**Réponse : L’aire totale du solide est de 319,200 cm2.**

a2 + b2 = c2aB2 + h2 = ap232 + h2 = 7,62 h2  = 7,62 - 32h = 48,76  
h = 

h ≈ 6,983

1. calculer son volume.

**V = V prisme  + V pyramideV = AB • hprisme +**   
**V = 62 • 8 +**   
**V ≈ 288 + 83,794  
V ≈ 371,794**

**Réponse : Le volume du solide est d’environ 371,794 cm3.**

1. Soit le solide suivant :

D = 10 cm

20 cm

50 cm

\**N’oublie pas d’écrire tes formules et d’arrondir tes*

*calculs au millième près.*

1. Calcule son aire latérale.

**AL = AL cylindre  + AL cône**

**AL = 2πrh + πrac**

**AL = …**

**AL ≈ 942,478 + 323,828**

**AL ≈ 1266,306**

**Réponse : L’aire latérale du solide est d’environ 1266,306 cm2.**

a2 + b2 = c2

r2 + h2 = ac2

52 + 202 = ac2

425 = ac2

 = ac

20,616 ≈ ac

1. Calcule son aire totale.

**AT = AL solide  + ABAL ≈ 1266,306 + πr2AL ≈ …  
AL ≈ 1266,306 + 78,540  
AL ≈ 1344,846**

**Réponse : L’aire totale du solide est d’environ 1344,846 cm2.**

1. Calcule son volume.

**V = V cylindre  + V côneV = πr2 • hcylindre +**   
**V = …  
V = 750π +   
V ≈ 2 356,194 + 523,599**

**V ≈ 2879,793**

**Réponse : Le volume du solide est d’environ 2879,793 cm3.**

1. Calcule l’aire totale et le volume de ce solide.

et

Dans un premier temps, calcule et inscris tes réponses de façon exacte, puis arrondis-les au millième près.

|  |  |
| --- | --- |
| Aire  AT = AL. petite + AL grosse + AB grosse – AB petite  = 2πr² + 2πR² + πR² - πr²  = 2π (1)² + 2π (4)² + π (4)² - π(1)²  = 2π + 32 π + 16π - π  = 49π  ≈ 153,938  Réponse :  - L’aire totale exacte du solide est de 49π cm2.  - L’aire totale du solide est d’environ 153,938 cm2. | Volume  V = V grosse + V petite  **** π + π  = π + π  = π + π  = π  ≈ 136, 136  Réponse :  - Le volume exact du solide est de  π cm3.  - Le volume du solide est environ 136,136 cm3. |

1. Calcule au mililème près…

Avec Pythagore, on a que…

agc **= ** apc **= **

agc **≈ 41,761** apc **≈ 26,101**

1. l'aire totale de ce cône tronqué.

*AT = AT grand cône - AL petit cône + AB petit cône*

*AT = AL grand cône - AL petit cône + AB grand cône + AB petit cône*

*AT = πragrand cône - πrapetit cône + πr2grand cône + πr2petit cône*

*AT ≈ 1 588,475*

Je vois très bien que ce cône tronqué est un gros cône auquel on a enlevé la pointe qui représente un petit cône…

12 cm

25 cm

7,5 cm

15 cm

Réponse : L’aire totale du cône tronqué est   
 d’environ 1588,475 cm2.

1. le volume de ce cône tronqué.

*VT = V grand cône – V petit cône*

*VT =  – *

*V = 1451,25π*

*V ≈ 4559,236*

Réponse : Le volume du cône tronqué est environ 4559,236 cm3.

|  |
| --- |
| SECTION 5.4 |

# Racine cubique d’un nombre

|  |
| --- |
| La racine cubique d’un nombre (radicande) est la recherche d’un autre nombre qui, élevé au cube, donnera le radicande.  Par exemple, la racine cubique de 1 331 est égale à 11, car .  N.B. La racine cubique est l’opération inverse d’élever un nombre au cube. |

Indice

Radical

Radicande

Exemple : Sachant que le volume d’un cube est de 238 328 cm³, trouve la mesure de son arête.

V = c3= c  
c = 62 cm

## RACINES CARRÉE ET CUBIQUE D’UN NOMBRE

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  | 5 |
|  |  |  |  | 9 |
|  |  |  |  | 2 |
|  |  |  |  | 4 |
|  |  |  |  | 2 |

# Théorie des exposants

|  |  |
| --- | --- |
| Lois des exposants (a ∈ , b ∈ , m ∈ , n ∈ ) | Exemples  Le symbole « ∈ » signifie *appartient à*… OU *est élément de…* |
| 1) a1 = a |  |
| 2) a0 = 1 a ≠ 0 |  |
| 3) am • an = am + n R | 2 3 • 2 4 = 27 a 3 • a 2 = a5 |
| 4) am ÷ an =  am – n a ≠ 0 | 52  a-2 = |
| 5) (am)n = am • n = amn m, n ∈ R | (2 4 ) 3 = 212  (a 2 ) 3 = a6 |
| 6) (a • b)m = am • bm = am bm m ∈ R | (32 • 7)5 = 310 • 75  (a • b)3 = a3b3 |
| 7) =  b ≠ 0 | avec d ≠ 0 |

# Solides semblables

|  |
| --- |
| Deux solides sont semblables si l’un est un agrandissement, une réduction ou la reproduction exacte de l’autre.  Deux solides sont semblables si :   1. Les angles homologues (correspondants) son isométriques. 2. Les mesures des arêtes homologues sont proportionnelles.   N.B. Ces deux conditions sont les mêmes que pour les figures semblables (à deux dimensions). |

*\*Dans des figures semblables, on remarque une régularité intéressante entre certains rapports.*



Toutes les mesures du rectangle initial ABCD ont été **triplées** de façon à obtenir le rectangle A’B’C’D’.

L’aire a-t-elle été triplée elle aussi? Non, elle est 9 fois plus grande!



Toutes les mesures du prisme 1 ont été **doublées** de façon à obtenir le prisme 2.

Que peux-tu dire au sujet de leur volume ? Le volume du prisme image est 8 fois plus grand que celui du prisme initial.

|  |
| --- |
| **Les rapports…**  Rapport de similitude =  = k Rapport des aires = =(rapport de similitude)2 = k²  Donc, k² = alors = k  Rapport des volumes =  = (rapport de similitude)3 = k³  Donc, k³ =  alors  = k |

c = 32 cm

h = 56 cm

I’

H’

K’

L’

M’

N’

O’

P’

Solide 2

Exemples :

1. Voici deux solides semblables.

c = 8 cm

h = 14 cm

I

H

K

L

M

N

O

P

Solide 1

a) Calcule le volume de chacun des solides.

V1 = 896 cm3

V2 = 57 344 cm3

b) Calcule le rapport des volumes.

= = 64

c) Calcule l’aire totale de chacun des solides.

AT1 = 576 cm2

AT2 = 9 216 cm2

d) Calcule le rapport des aires.

= = 16

e) Détermine le rapport de similitude de ces deux solides

 =  = 4

f) Compare le rapport calculé en b) avec celui trouvé en e). Qu’observes-tu?

Le rapport des volumes (en b) est le cube du rapport de similitude (en e) OU

La racine cubique du rapport des volumes (en b) donne le rapport de similitude (en e).

g) Compare le rapport calculé en d) avec celui trouvé en e). Qu’observes-tu?

Le rapport des aires (en d) est le carré du rapport de similitude (en e) OU

La racine carrée du rapport des aires (en d) donne le rapport de similitude (en e).

1. Voici le volume de 2 cylindres semblables. Trouve le rapport de similitude simplifié de ces solides. et

k³ = ; k =  =  =  = =  (ou k = )

1. Voici l’aire totale de deux cubes semblables. Trouve le rapport des volumes simplifié de ces solides. et

1) k² = ; k = = = = = 1,25 (ou k = = 0,8)

2) k³ = 3 = = 1,953 125 (ou k³ =  =0,512)

1. Voici l’aire d’un solide : . Trouve l’aire d’un solide semblable plus grand dont le rapport de similitude entre ces 2 solides est de .

k² = 

² = 

= 

25A2 = 36A1

25A2 = 36•

25A2 = 58

A2 =  (A2 =2,32)

1. Le rapport des volumes de deux cylindres est de . La hauteur et le rayon du plus petit cylindre mesurent respectivement 12 cm et 3,4 cm. Calcule l’aire totale exacte du plus gros cylindre.

1) Rapport de similitude = =  = 

2) hgros = 5 • 12 cm = 60 cm

OU : On peut déduire que le rapport des aires sera de ()2 = . L’aire totale du gros cylindre est don 25 fois supérieure à l’aire du petit cylindre. Calculons l’aire totale du petit cylindre :  
AT = πd • h + 2 • πr2AT = π • 2 • 3,4 • 12 + 2 • π • 3,42AT = 81,6π + 23,12π   
AT = 104,72π

Donc AT gros= 25 • AT petit = 25 •104,72π = 2 618π

3) rgros = 5 • 3,4 cm = 17 cm

4) AT = πd • h + 2 • πr2

AT = π • 2 •17 • 60 + 2 • π • 172

AT = 2 040π + 578π

AT = 2 618π

Réponse: L’aire totale exacte du gros cylindre est de 2 618π cm2.

VISION 5

~Exercices~

Des outils pour mesurer l’espace

[](http://images.google.ca/imgres?imgurl=http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/0/0e/Rubik's_cube_variations.jpg&imgrefurl=http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Rubik's_cube_variations.jpg&usg=__-hYk22JK0LVAkux2qWPlONJkvgE=&h=359&w=600&sz=50&hl=fr&start=12&um=1&tbnid=k87PF58uIn3giM:&tbnh=81&tbnw=135&prev=/images?q%3Dcube%2Brubik%26gbv%3D2%26um%3D1%26hl%3Dfr%26sa%3DN)

Mathématique 3e secondaire

Collège Regina Assumpta

2015 – 2016

[](http://images.google.ca/imgres?imgurl=http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/0/0e/Rubik's_cube_variations.jpg&imgrefurl=http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Rubik's_cube_variations.jpg&usg=__-hYk22JK0LVAkux2qWPlONJkvgE=&h=359&w=600&sz=50&hl=fr&start=12&um=1&tbnid=k87PF58uIn3giM:&tbnh=81&tbnw=135&prev=/images?q%3Dcube%2Brubik%26gbv%3D2%26um%3D1%26hl%3Dfr%26sa%3DN)

|  |
| --- |
| SECTION 5.1 |

Dans le Système International, il existe, en plus des préfixes que tu connais déjà, d’autres préfixes pour faciliter la tâche aux physiciens, aux chimistes et même aux informaticiens (qui parlent de mégaoctets et de gigaoctets). Un mégalitre (Ml), par exemple, vaut 1 million de litres, et un gigalitre (Gl), c’est 1000 mégalitres! Et si on va du côté des petits nombres plutôt que de celui des grands, on a qu’un micromètre (), c’est 0,001 mm, et qu’un nanomètre (nm), c’est 0,001 …

1. Convertis les mesures suivantes :
   1. 557 mbar = 0,557 bar
   2. 11 690 g = 11,69 kg
   3. 0,0023 A = 2,3 mA
   4. 2 120 cl = 0,212 hl
   5. 244 dam2 = 0,024 4 km2
   6. 335 cm3 = 0,335 l
   7. 0,0032 m3 = 3,2 dm3
   8. 1,359 kPa = 1 359 Pa

i) 36 hm = 360 000 cm o) 34,57 cm2 = 0,003 457 m2

j) 3,54 m = 0,003 54 km p) 2,035 m2 = 0,000 203 5 hm2

k) 0,53 cm = 0,005 3 m q) 35,4 m3 = 35 400 dm3

l) 16,41 dam = 1 641 dm r) 35,8 m3 = 0,035 8 dam3

m) 53 hm2 = 530 000 m2 s) 3457 cm3 = 3,457 dm3

n) 65,7 m2 = 6 570 dm2 t) 0,359 dam3 = 359 m3

1. Convertis les mesures suivantes :

a) 8 dm3 = 8 000 ml f) 144 ml = 0,144 dm3

b)100 cm3 = 0,1 l g) 350 kl = 350 000 000 cm3

c) 10 m3 = 10 000 000 ml h) 180 000 km3=180 000 000 000 000 kl

d) 40 cm3 = 0,000 04 kl i) 350 kl = 350 000 000 ml

e)10 dam3 = 10 000 000 l j) 1000 l = 0,000 000 001 km3

3) Trouve le résultat correspondant pour chacune des sommes :

1. 3 000 mm³ + 7 dm³ + 3 dl = 7 303 ml

3 ml + 7 000 ml + 300 ml

1. 4 kl + 20 000 000 cm³ + 5 hm³ = 5 000 024 000 l  
   4 000 l + 20 000 l + 5 000 000 000 l
2. 314,5 dm³ + 30 004 cm³ + 5 l = 3 495,04 dl  
   3 145 dl + 300,04 dl + 50 dl
3. 4 dal + 62 dm³ + 1 m³ = 110 200 cl  
   4 000cl + 6 200 cl + 100 000 cl
4. 1 m3 + 3 dal + 92 dm3 = 112 200 cl  
   100 000 cl + 3 000 cl + 9 200 cl
5. 5 l + 2113 cm3 + 302,9 dm3 = 3 100,13 dl

50 dl + 21,13 dl + 3 029 dl

À la lueur de ce que tu viens de découvrir, tu peux appliquer les mêmes conversions pour d’autres unités comme le gramme (g), le joule (J), le hertz (Hz), le newton (N), le bell (B), le volt (V), le watt (W) et bien d’autres unités utilisées en physique et en chimie. Ces unités sont toutes des unités du Système International (SI).

4) Convertis ces unités.

1. 10 g = 0,01 kg
2. 3,2 mJ = 0,000 032 hJ
3. 150 kHz = 1 500 000 dHz
4. 42 cg = 0,004 2 hg
5. 3 dN = 0,000 3 kN
6. 2 450 mg = 0,002 45 kg
7. 620 hB = 620 000 dB
8. 1,5 kV = 1 500 000 mV
9. 72 V = 0,072 kV
10. 16 dW = 0,016 hW

Convertis 68,555 heures en jours, heures, minutes et secondes?

68 heures correspondent à 2 jours (48 heures) et 20 heures

0,555 heure •  = 33,3 minutes

0,3 minute •  = 18 secondes

Réponse : 2 jours, 20 heures, 33 minutes et 18 secondes

Convertis 253 995 secondes en jours, heures, minutes et secondes?

253 995 secondes •  = 4 233,25 minutes, où 0,25 minute = 15 secondes

4 233 minutes •  = 70,55 heures, où 0,55 heure = 33 minutes

1. heures •  =  jours, où  jour = 22 heures

Réponse : 2 jours, 22 heures, 33 minutes et 15 secondes

5) Lors d’une fête d’enfants, Julie a acheté des verres pouvant contenir 375 ml. À combien d’enfants pourra-t-elle servir un verre plein si elle a un contenant remplit à ras bord de jus de forme cylindrique de 10 cm de rayon et de 2,5 dm de hauteur. *L’épaisseur du verre est négligeable.*

Volume du contenant : Vcyl = AB∙h

10 cm = 1 dm

= π r2∙h= π (1)² (2,5)= 2,5π dm³

2,5 π dm³ = 2,5 π l = 2500 π ml

Nombre de verres : ≈ 20, 94 verres ≈ 20 verres pleins

1. Une piscine pouvant contenir 42,55 m3 d’eau est remplie aux 6/7 de sa capacité. La toile de la piscine étant percée, la piscine perd environ 3254 ml d’eau par minute. Après combien de jours sera-t-elle vide? *On ne tient pas compte de l’évaporation.*

3 254 ml = 3,254 l

11 208,05 minutes 186,8 heures

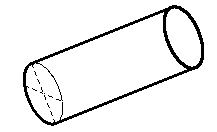
7,78 jours

Quantité d’eau dans la piscine :

42,55 m³ · 36,471 m³ 36 471 litres

Temps pour vider la piscine : 11 208,05 minutes 7,78 jours

|  |
| --- |
| SECTION 5.2 |

1. Pour chacun des solides suivants, calcule son volume et arrondis tes réponses au millième près.
2.  h = 20 cm

r = 4 cm

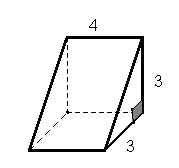
V = AB • h

V = πr2 • h

V = π • 42 • 20

V = 320π

V ≈ **1 005,310** **cm3**

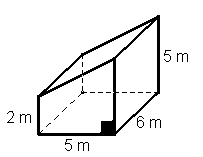
1.  (les unités sont en cm)

V = AB • h

V =  • 4

V = 18

V = **18,000** **cm3**

c)

V = AB • h

V =  • h

V =  • 6

V = 105

V = 105,000 m3

d) Prisme droit à base rectangulaire avec les dimensions suivantes : h = 4 cm, L = 9 cm et l = 7 cm.

V = AB • h

V = l • L • h

V = 7 • 9 • 4

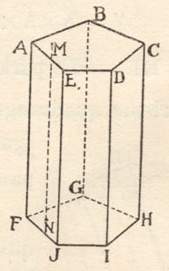
V = 252

V = 252,000 cm3

e) Prisme droit dont la base est un pentagone régulier, dont le périmètre et l’apothème de la base sont respectivement de 15 dm et de 2 dm et dont la mesure de la diagonale d’un rectangle latérale (segment DJ) est de 8 dm.

3) V = AB • h

V = 15 dm3 ≈ 111,243 dm3



*Source*: www.tassignon.be/  
trains/piqueur/images/fig017.jpg

1) c = 15/5 dm = 3 dm

2) c2 = a2 + b2 82 = h2 + b2 82 = h2 + 32 64 = h2 + 9  
 55 = h2

= h

7,416 dm ≈ h

V =  • h  
V =  •   
V = 15V≈ 111,243

1. Un cube de 10 cm d’arête fait de broches métalliques de dimensions fixes est illustré ci-dessous. On applique une légère pression sur l’arête AB de telle sorte que le cube se déforme en un prisme oblique à base carrée. Dans les deux cas, les mesures des segments AB et AC (cube et prisme oblique à base carrée) sont de 10 cm. *Les dessins ne sont pas à l’échelle.*

*Indice*: La hauteur AD du prisme oblique n’est donc pas équivalente à l’arête du cube.

A

C

A

C

30˚

D

B

B

h

1. Quel est le volume du cube ?

V = AB • h ou V = c3

V = 102 • 10=1000 V = 103= 1 000

Réponse : V = 1 000 cm3

1. Quel est le volume du prisme oblique ?

1) a2 + b2 = c2

52 + h2 = 102 (car dans tout triangle rectangle, le côté opposé à l’angle de 30° mesure la moitié de l’hypoténuse)

D’où h = cm ≈ 8,660 cm

2) V = AB • h

V = 102 •  = 100 ≈ 866,025

Réponse: V = 100 cm3 ≈ 866,025 cm3

1. Ces deux solides ont-ils le même volume ? Justifie ta réponse.

Non, car dans cet exemple, même si les deux solides ont la même aire de base, ils n’ont pas la même hauteur.

**SECTION 5.3**

**9)** Calcule le volume de ces pyramides à base carrée et arrondis tes calculs au millième près. Les dessins ne sont pas à l’échelle.

aB = 10 cm

h = 15 cm

aP = 25 cm

h = 12 cm

aP = 30 cm

c = 28 cm

aB = 10 cm

h = 15 cm

aP = 25 cm

h = 12 cm

aP = 30 cm

c = 28 cm

aP = 10 cm

PB  = 24 cm

a) b)

V = 

V = 

V = 2000

1) h2 + aB2 = ap2   
 aB2 = aP2 - h2aB2 = 252 - 122aB2 = 481  
aB ≈ 21,932

c = 2aBc ≈ 43,863

2) V =   
 V =  
V    
V  7696,851

Le volume de cette pyramide est Le volume de cette pyramide est de 2 000,000 cm3. est de 7 696,000 cm3.

c) d)

4) V =   
V =  
V    
V  114,468

1) c = PB/4 2) aB = 0,5c  
 c = 24/4 aB = 0,5  6  
 c = 6 aB = 3

3) ap2 = h2 + aB2 102 = h2 + 32100 = h2 + 9  
h2 = 100 – 9  
h2 =   
h 

3) V =   
V =  
V   
V  6933,957

1) aB = 0,5c  
aB = 0,5  28  
aB = 14

2) ap2 = h2 + aB2 302 = h2 + 142900 = h2 + 196   
h 2 = 900 – 196  
h =   
h 

Le volume de cette pyramide est environ Le volume de cette pyramide est 6 933,957 cm3. environ de 114,473 cm3.

**10)** Calcule le volume de ces cônes et arrondis tes calculs au millième près. Les dessins ne sont pas à l’échelle.

d = 10 cm

aC = 12 cm

r = 5 cm

h = 9 cm

a) b)

3) V = 

V  

V  285,597

V = 

V = 

V  235,619

1) r = d/2   
 r = 10/2   
 r = 5

2) ac2 = h2 + r2 122 = h2 + 52144 = h2 + 25  
h2 = 144 – 25  
b =   
b 

Le volume de ce cône est environ Le volume de ce cône est environ de 285,589 cm3. de 235,619 cm3.

c) d)

C = 16π cm

h = 10 cm

C = 20π cm

aC = 21 cm

3) V = 

V  

V  1933,755

V = 

V = 

V  670,206

1) C = 2πr   
 20π = 2πr   
 10 = r

2) ac2 = h2 + r2 212 = h2 + 102441 = h2 + 100  
h2 = 441 – 100  
h= 

h

Le volume de ce cône est environ Le volume de ce cône est environ de 670,206 cm3. de 1 933,774 cm3.

**11)** Quelle est l’aire totale exacte d’une demi-sphère de 12 cm de rayon ?

AT = 3πr²

= 3π (12)²

L’aire totale exacte est de 432π cm2.

**12)** Quel est le volume exact d’une boule de rayon égal à 15 cm ?

V = π

= π

Le volume exact de la boule est de 4500π cm3.

**13)** Calcule l’aire et le volume de ce solide.

AT = AL + 2 AB   
AT = PB  h + 2(Arectangle + Atriangle )  
AT = (4,5 + 24+ 23,25)·8,4 + 2(4,5 4 + )   
AT = 19·8,4 + 2 ( 18 + 5,27625)  
AT ≈ 159,6 + 2 ( 18 + 5,276)

AT ≈ 159,6 + 2 ( 23,276)

AT ≈ 159,6 + 46,552

AT ≈ 206,152

3,25 m

4 m

4,5 m

8,4 m

3,25 m

2,345 m

VT = VPrisme à base rectangulaire + VPrisme à base triangulaire

VT = AB · h + AB · h  
VT = L · l · h + · h  
VT = 4,5 · 4 · 8,4 + · 8,4  
VT **≈** 151,200 + 44,321  
VT **≈** 195,521

V ≈ 195,521 m3 , AT ≈ 206,153 m2

**14)** Calcule l’aire totale de ces solides et arrondis tes calculs au millième près. Les dessins ne sont pas à l’échelle.

Prisme à base carrée

Cube

aP = 30 cm

c = 22 cm

hPrisme = 45 cm

hPyr. = 16 cm

diagonale d’une face   
du cube =  cm

a) b)

L’aire totale est de 5 764,000 cm2 L’aire totale est environ de 208,996 cm2

c) d)

hcyl. = 12 cm

ac = 8 cm

r = 5 cm

ac = 24 cm

hcône = 17 cm

L’aire totale est environ de 581,195 cm2 L’aire totale est environ de 3 080,601 cm2

**15)** Calcule le volume de ces solides et arrondis tes calculs au millième près. Les dessins ne sont pas à l’échelle.

Prisme à base carrée

Cube

aP = 30 cm

c = 22 cm

hPrisme = 45 cm

hPyr. = 16 cm

A base du cube = 36 cm2

hcyl. = 12 cm

ac = 8 cm

r = 5 cm

ac = 24 cm

hcône = 17 cm

a) b)

Le volume de ce solide est environ Le volume de ce solide est

de 26 282,906 cm3 de 408,000 cm3

c) d)

Le volume de ce solide est environ Le volume de ce solide est environ de 1 105,971 cm3 de 15 292,411 cm3

**16)** Calcule l’aire totale et le volume du solide suivant. C’est un cylindre de 30 cm de hauteur et 8 cm de rayon surmonté d’une demi-sphère de même rayon. Arrondis la réponse au millième près.

AT= ALcylindre + ABcylindre+ALdemi-sphère

AT= 2rh + r2 + 2r2

AT= 2830 + 82 + 282

AT ≈ 2 111,150 cm2

VT= Vcylindre + Vdemi-boule

VT= r2h + 

VT= 82 30 + 

VT ≈ 7 104,188 cm3

AT ≈ 2 111,150 cm2

VT ≈ 7 104,188 cm3

**17)** Voici un altère formé d’un cylindre de 2 cm de rayon et de 1 m de hauteur ainsi que de deux boules identiques de 2 dm de rayon. Quel sera le volume de métal nécessaire pour former un altère ? Donne ta réponse en décilitres et arrondis au millième près.

VT= Vcylindre + 2Vboule

VT= r2h + 2 

VT= 22 100 + 2 

VT ≈ 68 277,280 cm3 ≈ 68 277,280 ml

V ≈ 68 277,280 cm3 ≈ **682,773 dl**

**18)** Calcule :

*VT = V grande pyramide – V petite pyramide*

*VT = 686,400*

*Réponse : Le volume total de cette pyramide tronquée est   
environ de 686,400 cm3.*

*AT = AT grande pyramide - AL petite pyramide + AB petite pyramide*

*Ou AT = AL grande pyramide - AL petite pyramide + AB grande pyramide + AB petite pyramide*

*AT ≈ 495,025*

*Réponse : L’aire totale de cette pyramide tronquée est   
environ de 495,025 cm2.*

22 cm

13,2 cm

10 cm

4 cm

a) l’aire totale de cette pyramide à base carrée tronquée.

Je vois très bien que cette pyramide tronquée est une grosse pyramide à laquelle on a enlevé la pointe qui représente une petite pyramide de même base…

b) le volume de cette pyramide à base carrée tronquée.

|  |
| --- |
| SECTION 5.4 |

**19)** Simplifie les expressions algébriques ou résous les équations selon le cas. Fais tes calculs et laisse ta réponse exacte.

1.  9a6b2 b) 4x10 c) = 2x5

d) = 4x2y4 e)  8a9b6 f) 

g) = h)  = 7a2b3 i) = x + 9

j)  = 30z k) = 3ab2 l)  = 63x

m) = 6x4 + 2 n) =

o) (22 a2b3)3  (23 ab2)6 = 26a6b9 · 218a6b12

= 224a12b21

p) (5 cd2)3 • (5 cd4)2 = 53c3d6 · 52c2d8

= 55c5d14

q) (2c – d) (d + 3) = 2c · d + 2c · 3 – d · d – d · 3

= 2cd + 6c – 3d – d2

= 6c + 2cd – d2 – 3d

r) (2x – 3) (4x + 3) = 2x · 4x + 2x · 3 – 3 · 4x – 3 · 3

= 8x2 + 6x – 12x - 9

= 8x2 - 6x – 9

s) (x + 7)2= (x + 7) · (x + 7)

= x2 + 7x + 7x + 49

= x2 + 14x + 49

t) (3x – 4)2= (3x – 4) · (3x – 4)

= 9x2 – 12x – 12x + 16

= 9x2 – 24x + 16

u) 2  = x4 –x2y + y2

v) (a – 1)(a + 1) = a2 + a – a - 1

= a2 – 1

w)  x) 

3x3 + 12 = 30 ou x3 + 4 = 10 - a =

3x3 = 18 x3 = 6 a = -

x3 = 6 x = 

x = 

y) -4(3z – 6) – (2z + 4) = 8(z – 6) z) 

-12z + 24 – 2z – 4 = 8z – 48 28x2 = 3x2 + 18

-14z + 20 = 8z – 48 25x2 = 18

68 = 22z x2 =

 = z 

aa) bb) 

4(2a – 4) = 6(3a + 6) 

8a – 16 = 18a + 36 3(3x + 12) = 2(5x – 7)

52 = 10a 9x + 36 = 10x – 14

 = a 50 = x

20) Identifie, dans cette expression, chacune des composantes.

Racine cubique

Radical

Indice

Radicande



21) Le volume d’un cube est de 1157,625 cm3. Calcule son aire totale exacte.

V = c³

1157,625 = c³

c  10,5 cm

Réponse : Son aire exacte est de 661,5 cm2.

22) Soit une boule de 64π dm3 devolume.

a) Calcule le diamètre de cette boule en dm. Arrondis ta réponse au millième près.

V =

64π =

Réponse : Le diamètre de cette boule mesure environ 7,268 dm.

b) Calcule le rayon de cette boule en mm.

r =

7,268 dm = 726,8 mm

r =

Réponse : Le rayon de cette boule mesure environ 363,4 mm.

23) Le volume d’une orange est de 300 ml. Tu coupes cette orange en deux parties égales. Calcule au millième près, l’aire latérale de l’une des deux demi-oranges en mm2.

300 ml = 300 cm³ = 300 000 mm³

V =

AL = 2r²

AL 2(41,53)²

AL 10 835, 823 mm²

300 000 =

r 41,528 mm

Réponse : L’aire latérale est d’environ 10 835,823 mm2.

24) Pour chacun des solides ci-dessous, détermine la formule algébrique permettant de calculer le rayon. Calcule ensuite la mesure du rayon de chacun d’eux.

a) Cône circulaire droit de 12 cm de hauteur et dont le volume est de 64π cm3.

r =

r =

r =

r = 4 cm

V =

3V = r²h

r² =

r =

b) Boule de 36π m3 de volume.

r = 

r = 

r = 

r = 3 m

V =

3V = 4r³

r³ =

r = 

1. Cylindre circulaire droit de 15 cm de hauteur dont le volume est de 13,5π dm3.

r =

r = 

r =

r = 3 dm

V = r²h

r² =

15 cm = 1,5 dm

r =

1. Demi-sphère de 1587π m2 d’aire totale.

r = 

r = 

r =

r = 23 m

A = 3r²

r² = 

r = 

25) Pour chacun des solides ci-dessous, trouve le polynôme simplifié représentant l’**aire totale** et le **volume**. *Laisse* π *dans tes réponses.*

A = 6c²  
A = 6·(2x)²  
A = 6·4x²  
A = 24x²

Réponse: L’aire totale est de 24x² dm²

V = c³

V = (2x)³

V = 8x³ dm³

1. Cube

2x dm

1. Prisme à base carrée

V = AB·h  
V = (x + 1)² · (3x)  
V = (x + 1)(x + 1) · (3x)  
V = (x² + x + x + 1) (3x)  
V = (x² + 2x + 1) (3x)  
V = 3x³ + 6x² + 3x

Le volume est de  
(3x³ + 6x² + 3x) cm³

AT = PB·h + 2·ABAT = 4(x + 1) · (3x) + 2(x + 1)²  
AT = (4x + 4) (3x) + 2(x² + 2x + 1)  
AT = 12x² + 12x + 2x² + 4x + 2  
AT = 14x² + 16x + 2

L’aire totale est de (14x² + 16x + 2) cm².

3x cm

(x + 1) cm

1. Pyramide à base carrée

2) h² + aB² = aP²

h²+ (3x)² = (5x)²

h²+ 9x² = 25x²

h² = 16x²

h = 4x

3) V =   
V =   
V =   
V = 48x³ cm³

6x cm

aP = 5x cm

1. AT = c² +

AT = (6x)² +

AT = 36x² + 2(6x) (5x)

AT = 36x² + (12x) (5x)

AT = 36x² + 60x²

AT = 96x² cm²

1. Demi-boule

V =   
V =   
V =   
V = dm³

r = 4y dm

AT = 3r²

AT = 3 (4y)²

AT = 3y²)

AT = 48y² dm²

1. Cône circulaire droit
2. h² + r² = ac²  
   (12x)² + (5x)² = ac²  
   144x² + 25x² = ac²  
    169x² = ac²  
    ac = 13x

h=12x m

r = 5x m

3) V =   
V =   
V =   
V =   
V = 100x³

Réponse : Le volume est de 100x³ m³.

2) AT = r² + ra

AT = (5x)² + (5x)(13x)

AT =  (25x²) + (65x²)

AT = 90x²

Réponse : L’aire totale est de 90x² m².

1. Trouve la mesure du segment AB dans le cylindre suivant sachant que son volume est de 12 000π cm3.

40 cm cm

A

B

V = r²h

12 000 = π ()² h

12 000 π = 400 π h

30 = h

d² + h² = (mAB)²

(40)² + (30)² = (mAB)²

Réponse : La mesure du segment AB est de 50 cm.

1. = mAB
2. Trouve la mesure du rayon du cône ci-dessous sachant que son volume est d’environ 47,56 m3.

43 dm

V =

47 560 =

47,56 m³ = 47 560 dm³

142 680 = πr² (43)

r² = 1056,20

r = 32,50 dm ou r = 3,25 m

1. Le volume du solide ci-contre est de 10 878π m3. Sachant que le rayon de la demi-boule est de 21 m, quelle est la hauteur du cône circulaire droit?
2. Volume de la demi-sphère

V = = = 6 174π m³

3) Hauteur du cône  
 V =   
4 704π =

14 112π = π(21)²h  
 32 = h

La hauteur est de 32m.

1. Volume du cône

Vtotal = Vdemi-sphère + Vcône

10 878π = 6 174π + Vcône

4 704π = Vcône

1. Une boîte ayant la forme d’un prisme à base carrée de 12 cm de côté contient un objet cylindrique de 12 cm de diamètre. Cette boîte a un volume de 2880 cm3. Le volume de l’espace inoccupé dans la boîte est de 844 cm3. Quelle est la hauteur de la boîte et celle de l’objet cylindrique?
2. Hauteur du prisme

V = c²h

2 880 = (12)²h

h = 20 cm

3) Hauteur du cylindre  
V = πr²h  
2 036 = π (6)²h  
h ≈ 18,002 cm

1. Volume du cylindre

Vcylindre = Vprisme - Vvide

Vcylindre = 2 880 - 844

Vcylindre = 2036 cm³

Réponse : La hauteur de la boîte est de 20 cm et celle du cylindre, d’environ 18,002 cm.

1. Le volume du solide suivant est de 21 609π m3. Si le rayon de la petite demi-boule correspond aux 3/4 de celui de la grande demi-boule, calcule
2. le volume de chaque demi-boule; *\*arrondis ta réponse au millième près*
3. VT = VG + VP

*k* 

k³ = 3 =

Donc, VP = VG

VT = VG + VG

21 609π = 

VG 15 197,538π m³

VG 47 744,475 m³

1. VP = VG = (15 197,538 π) = 6 411, 462 π 20 142,200 m³
2. le rayon de chaque demi-boule.

VG = = 15 197, 538π VP = = 6 411,462π

rG ≈ 28,354 m rP ≈ 21,266 m

1. Le volume d’une boule est de 288π cm3. Détermine la mesure EXACTE de l’apothème d’un cône circulaire droit ayant le même volume et le même rayon que la boule.

3) Apothème du cône

h2 + r2 = aC2

242 + 62 = aC2

576 + 396 = aC2

612 = aC2

aC =

Réponse : L’apothème du cône mesure cm.

1. Rayon de la boule

VB = 

288 =

864 = 4πr³

6 = r

1. Hauteur du cône

VC =

288 =

864ππh

24 = h

1. Un cube et une pyramide à base carrée ont la même aire totale. Le cube a un côté de dm. Si le côté de la base de la pyramide mesure dm, quelle est la mesure de l’apothème de la pyramide?

 ÷ = aP

· = aP

· = aP

aP =

L’apothème mesure dm.

AT cube = AT pyramide

6c2 = + c2

6 ² = + ²

6· = +

= aP +

1. Le volume d’une pyramide A correspond au double de celui d’une pyramide B, tandis que le volume d’une pyramide C correspond au cinquième de celui d’une pyramide A. Si le volume total des trois pyramides est de m3, détermine :
2. le volume EXACT de chaque pyramide;

Volume pyramide B : x

Volume pyramide A : 2x

Volume pyramide C :

x + 2x + =

Volume pyramide B : m³

Volume pyramide A : 2 = m³

Volume pyramide C : · = m³

+ + =

=

x = ÷

x =

1. la hauteur de la pyramide C sachant que le côté de sa base carrée mesure 4 mètres.

VC =

=

768 = 240h

h = 3,2

Réponse : La hauteur de la pyramide C est de 3,2 mètres.

1. Exprime le volume de chacun des solides ci-dessous à l’aide d’une expression algébrique simplifiée.
2. Cube

V = c³  
V =   
V =   
Le volume est de  cm³

xy2 cm



1. Prisme droit

V = AB · h  
V = (5y² + 4) (7y²) · 2y²  
V = (35y4 + 28y²) · 2y²  
V = (70y6 + 56y4)

Le volume est de (70y6 + 56y4) cm³

2y2 cm

7y2 cm

(5y2 + 4) cm

1. Un contenant de forme cylindrique de dm de rayon contient 9 cubes de glace de dm de côté. Si on laisse fondre les cubes de glace, à quelle hauteur sera l’eau obtenue par les glaçons fondus? *Donne une réponse EXACTE.*

V = πr²h  
 = π ² h  
 = π · · h  
 ÷ = h  
h =   
La hauteur est de dm.

V Cubes fondus = 9c³

V Cubes fondus = 9 ³

V Cubes fondus = 9 ·

V Cubes fondus =

1. Un cylindre de cm de rayon a le même volume qu’une boule de 2 cm de rayon. Quelle est l’aire latérale EXACTE du cylindre?

VC = VB

πr²h =

π ² · h =

π · · h =

3 · π · 49h = 9 · 32 π

AL cylindre = 2πrh  
AL cylindre  = 2 π · ·   
AL cylindre  = cm²

147 πh = 288 π

147h = 288

h = =

1. L’aire totale d’un cône est de 24π dm2 et son rayon mesure 3 dm. Calcule le volume exact de ce cône.
2. Mesure de l’apothème du cône

AT = πraC + πr²

24π = π (3) aC + π(3)²

24π = 3π aC + 9π

15π = 3π aC

3) Volume du cône

V =

V =

V =

V = 12π dm³

aC = 5 dm

1. Hauteur du cône

h² + r² = aC²

h² + 3² = 5²

h² = 16

h = 4 dm

1. L’arête d’un cube mesure (2x-5) cm. Détermine le polynôme simplifié représentant :
2. l’aire totale du cube;

AT = 6c² AT = PB • h + 2AB

AT = 6(2x – 5)² AT = 4c • c + 2c²

AT = 6(2x – 5) (2x – 5) AT = 4c² + 2c²

AT = 6(4x² - 10x – 10x + 25) AT = 6c²

AT = 6(4x² - 20x + 25)

AT = (24x² - 120x + 150) cm²

1. le volume du cube.

V = c³

V = (2x – 5)³

V = (2x – 5) (2x – 5) (2x – 5)

V = (4x² - 10x – 10x + 25) (2x – 5)

V = (4x² - 20x + 25) (2x – 5)

V = 8x³ - 20x² - 40x² + 100x + 50x - 125

V = (8x³ - 60x² + 150x – 125) cm³

1. Les dimensions d’un prisme à base rectangulaire sont exprimées par les polynômes suivants :

Largeur : x+4 Longueur : 2x – 3 Hauteur : 3x

1. Donne l’expression algébrique simplifiée représentant l’aire totale de ce prisme.

AT = PB · h + 2AB

AT = 2 · (x + 4 + 2x – 3) · 3x + 2(x + 4)(2x – 3)

AT = 2(3x + 1) · 3x + (2x + 8) (2x – 3)

AT = (6x + 2) · 3x + (4x² - 6x + 16x – 24)

AT = (18x² + 6x) + (4x² - 6x + 16x – 24)

AT = (22x² + 16x – 24)

1. Exprime le volume de ce prisme à l’aide d’un polynôme réduit.

V = AB · h

V = (x + 4) (2x – 3) · 3x

V = (2x² - 3x + 8x – 12) · 3x

V = (2x² + 5x – 12) · 3x

V = (6x³ + 15x² - 36x)

1. Trouve l’expression algébrique simplifiée représentant le volume de la pyramide à base carrée suivante sachant que la hauteur est de (5x) cm et que le côté mesure (2x - 3) cm.

(2x -3) cm

(5x) cm

V =

V =

V =

V =

V = cm³

1. Le rapport des aires de deux cônes est de . La hauteur du cône le plus grand mesure 12 m, son apothème mesure 13 m. Calcule l’aire totale exacte du petit cône.

3) Aire totale du petit cône

k² = 

= 

AT petit = 0,9π m²

1. Rayon du grand cône

2) Aire totale du grand cône  
AT = πrG² + πrGaGAT =π(5)² + π(5)(13)  
AT = 25π + 65π  
AT = 90π

h² + r² = aC²

12² + r² = 13²

r² = 25

r = 5 m

Réponse : L’aire totale exacte est de 0,9 m2.



42) Le rapport des volumes de deux sphères (boules) est de 91,125. Le rayon de   
 la plus petite sphère mesure 9 cm.

2) Rapport d’aire

k³= 91,125 → k = 4,5 → k² = 20,25

3) Aire de la sphère image

k² =   
20,25 =   
AImage = 20,25•324π

AImage = 6 561π cm²

a) Calcule l’aire exacte de la plus grande sphère.

1) Aire de la petite sphère

A = 4πr²

A = 4π (9)²

A = 324π cm²

Réponse : L’aire est de 6 561π cm2.

b) Calcule le rapport des aires de ces deux sphères.

Rapport d’aire

k³= 91,125 → k = 4,5 → k² = 20,25

Réponse : Le rapport des aires est de 20,25.

43) Voici le volume algébrique de 2 solides semblables. Trouve le rapport de similitude simplifié de ces solides.

k³ = 

k³ = 

k³ =

Donc, k =

V1= 27x3y3 et V2= 216x3y3z3

k³ = 

k³ = 

**OU**

k³ = 8z³

Donc, k = 2z

1. Voici l’aire totale algébrique de 2 solides semblables. Trouve le rapport des volumes simplifié de ces solides.

A1= 45x3y9 et A2= 5xy3

k² = 

k² = 

k² = 

k = 

k³ = 

k² = 

k² = 

**OU**

k² = 

k = 

k³ = 

1. Voici la mesure de l’arête de 2 cubes semblables. Trouve le rapport des volumes simplifié de ces cubes.

c1= 4x4yz2 et c2= 6x4y3z6

k = 

k = 

k = 

k³ = 

k = 

k = 

**OU**

k = 

k³ = 

1. Voici le rayon de 2 cylindres semblables. Trouve le rapport d’aire simplifié de ces cylindres  .

r1= 4xy2z3 et r2= 8x2y2z3 – 12xy3z3

k = 

k = 

k = 

k² = 

1. Voici l’aire totale algébrique d’un solide : A1 = 5x2 - 3xy + 4y2. Trouve l’aire totale d’un solide semblable dont le rapport de similitude entre ces 2 solides est de 2x.

k² = 

k² = 

(2x)² =

4x² = 

A2 = 

A2 = - +

(2x)² = 

**OU**

4x² = 

A2 = 4x² (5x² - 3xy + 4y²)

A2 = 20x4 – 12x³y + 16x²y²

1. La hauteur d’une première pyramide à base carrée A mesure la moitié de la mesure du côté de sa base. Si l’aire de cette base est 16x2, quel serait le volume d’une deuxième pyramide à base carrée B semblable à la première dont le rapport de similitude  est ?
2. Mesure de la hauteur de la pyramide A
3. Volume de la pyramide B

k³ = 

³ = 

=

81 · Volume B= 2048x6

Volume B =

ABase A = cA²

16x² = cA²

cA =

cA = 4x

1. Volume de la pyramide A

V =   
V =   
V =

hA =

hA =

hA = 2x

1. Le rapport des volumes de deux sphères est de , ce qui signifie que  . Le rayon de la plus petite sphère mesure . Calcule le volume algébrique exact de la plus grande sphère.

3) Volume de la grande sphère

V =   
V =   
V =   
V =   
V =  = 

1. Rapport de similitude

k = 

k = 

k =

1. Rayon de la grande sphère

k = 

= 

= 

rG = =

**Défi!!!**



Le rapport des aires de deux cylindres est tel que. La hauteur et le rayon du plus petit cylindre mesurent respectivement  et . Calcule l’aire totale algébrique exacte du plus grand cylindre.

1. Aire du petit cylindre 2) Aire du grand cylindre

AT = 2AB + 2πrh

AT = 2π 2 + 2π · 

AT = 2π · + 2π 

AT = + 

AT = +

AT = =



|  |
| --- |
| SITUATIONS PROBLÈMES |

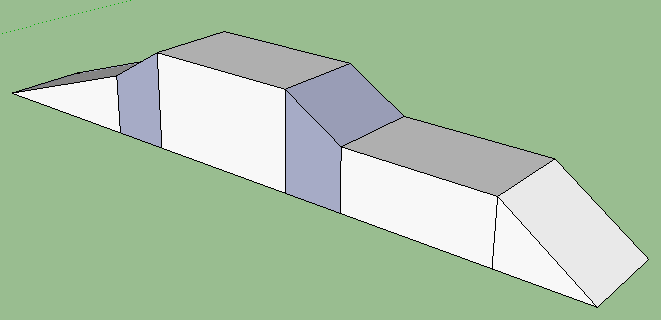
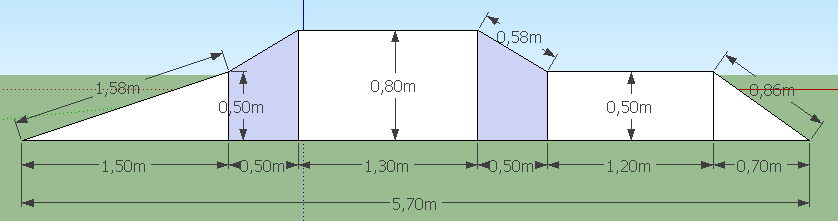
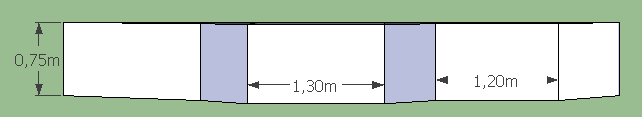
1. **Le skate parc**

Un centre communautaire veut construire un skate parc sur son terrain. Il a fait faire des plans pour deux modules, mais a perdu le coût relié à leur construction. Comme il y a des coûts supplémentaires pour refaire les calculs, il a décidé de le faire lui-même. Il a les plans des deux modules avec leurs dimensions ainsi que le coût pour le béton utilisé pour la construction des modules et le scellant à mettre sur la surface de chacun d’eux.

Le béton nécessaire pour construire le skate parc coûte 200$ par mètre cube et le scellant à béton se vend par contenant de 15 L au coût de 79,99$. Un litre de scellant couvre 5 mètres carrés.

Le centre communautaire veut construire les modules pour le parc de planche à roulettes en ne dépassant pas un montant total de 10 000$. Est-ce possible?

Arrondis tous tes calculs et ta réponse au centième près.



1

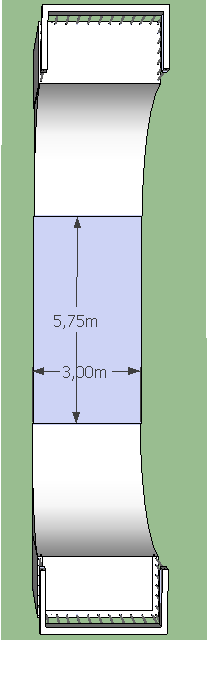
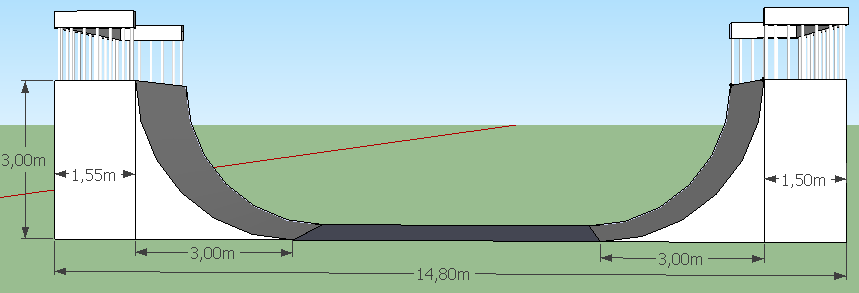
2

3

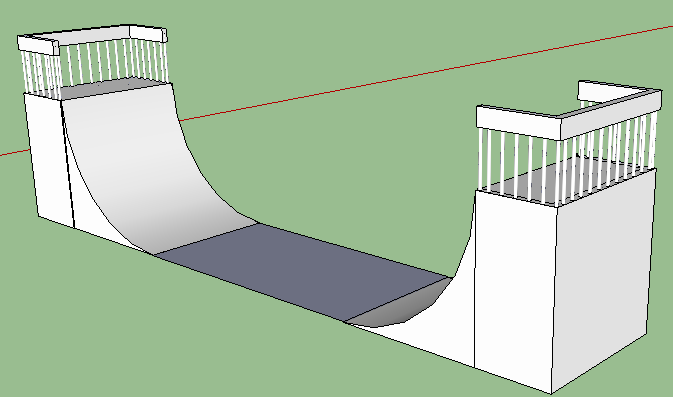
4

5

6



On ne calcule pas le coût des clôtures se retrouvant de chaque côté du module.



11

7

8

9

10

**Démarches**

|  |  |
| --- | --- |
| **Volume des différentes sections** | **Aire des différentes sections** |
| **Module 1** | **Module 1** |
| 1. V = 0,28125 m3 ≈ 0,28 m3 2. V = 0,24375 m3 ≈ 0,24 m3 3. V = 0,78 m3 4. V = 0,24375 m3 ≈ 0,24 m3 5. V = 0,45 m3 6. V = 0,13125 m3 ≈ 0,13 m3 | 1. A = 1,935 m2 ≈ 1,94 m2 2. A = 1,085 m2 ≈ 1,09 m2 3. A = 3,055 m2 ≈ 3,06 m2 4. A = 1,085 m2 ≈ 1,09 m2 5. A = 2,1 m2 6. A = 0,995 m2 ≈ 1,00 m2 |
| **Module 2** | **Module 2** |
| 1. V = 13,95 m3 2. V ≈ 5,79 m3 3. V = 0 m3 4. V ≈ 5,79 m3 5. V = 13,5 m3 | 1. A = 22,95 m2 2. A ≈ 18 m2 3. A = 17,25 m2 4. A ≈ 18 m2 5. A = 22,5 m2 |

|  |  |
| --- | --- |
| **Volume total des modules** | **Aire totale des modules** |
| Module 1 :  Vtotal= 2,13 m3 OU ≈ 2,12 m3 | Module 1 :  Atotale = 10,255 m2  OU ≈ 10,28 m2 |
| Module 2 :  Vtotal ≈ 39,04 m3 OU 39,03 m3 | Module 2 :  Atotale = 98,7 m2 |

|  |  |
| --- | --- |
| **Coût du béton pour les modules** | **Coût du scellant pour les modules** |
| V total ≈ 41,17 m3 OU ≈ 41,16 m3  41,17 x 200 ≈ 8234,00$  OU ≈ 8232,00$ | Atotale = 108,955 m2 OU ≈ 108,98 m2  108,955 ÷ 5 = 21,791 OU ≈ 21,80  15 L coûte 79,99$  Donc 2 contenants, 2 × 79,99$  159,98$ |

|  |
| --- |
| **Coût total pour les 2 modules** |
| Ctotal = Cbéton + Cscellant  Ctotal ≈ 8234,00$ + 159,98$  Ctotal ≈ 8393,98 $  OU ≈ 8232,00$ + 159,98$  ≈ 8391,98$ |

aP

1. **Le diamant (visions 1 et 5)**

*C1-Résoudre une situation-problème mathématique*

/10



Un diamant est composé de deux pyramides régulières à base dodécagonale isométriques; l’une des pyramides est tronquée parallèlement à sa base, telle qu’elle est illustrée ci-dessous. Sachant que 0,1 cl de diamant équivaut à un carat, quel est le nombre de carats de ce diamant?

*Laisse toutes les traces de ta démarche,* ***trouve la réponse exacte et arrondis-la ensuite au millième près****.*

**1) Apothème de la pyramide :** a2 + b2 = c2 0,352 + aP2 = 1,52 aP2 = 1,52 - 0,352   
 aP =   
 aP ≈ 1,459

1,5 cm

0,35 cm

0,35 cm

aP

0,7 cm



**4) Rapport des volumes**

**2) Hauteur de la pyramide :** a2 + b2 = c2 h2 + 1,42 = ()2 h2 = 2,1275 – 1,42   
 h2 = 2,1275 – 1,96  
 h =   
 h ≈ 0,409

aP

aB

h

**5) Calcul du volume   
de la grande pyramide:**V =   
V =   
V =   
V = 1,96

V ≈ 0,802

**6) Calcul du volume   
de la petite pyramide:**V = • Vgrande pyr.V = • 1,96  
V ≈ • 0,802

V ≈ 0,030

**3) Rapport de similitude :**





0,7 cm

**7) Calcul du volume total:**VT = 2 Vgrande pyr. – Vpetite pyramdeVT = 2 • 1,96- • 1,96  
VT ≈ 2 • 0,802 - 0,030  
VT ≈ 1,574

Réponse : Le nombre de carats est d’environ 1,574 carat.

Nom : Groupe :

*Résoudre une situation-problème mathématique*

/10



Pratique d'une situation-problème portant sur

les VISIONS 1 et 5

Un diamant est composé de deux pyramides régulières à base dodécagonale isométriques; l’une des pyramides est tronquée parallèlement à sa base, telle qu’elle est illustrée ci-dessous. Sachant qu’un centimètre cube de diamant équivaut à un carat, quel est le nombre de carats de ce diamant

*Laisse toutes les traces de ta démarche, trouve la réponse exacte et arrondis-la ensuite au millième près.*



**1) Apothème de la pyramide :**

a2 + b2 = c2 0,352 + aP2 = 1,52 aP2 = 1,52 - 0,352   
 aP =   
 aP ≈ 1,459

1,5 cm

0,35 cm

0,35 cm

aP

0,7 cm

**4) Dimensions de la petite pyramide :**aB = ≈ 0,467 c =≈ 0,233  
h ≈ ≈ 0,136

**2) Hauteur de la pyramide :**

a2 + b2 = c2 h2 + 1,42 = ()2 h2 = 2,1275 – 1,42   
 h2 = 2,1275 – 1,96  
 h =   
 h ≈ 0,409

aP

aB

h

**5) Calcul du volume   
de la grande pyramide:**

V =   
V =   
V ≈   
V ≈ 0,802

**6) Calcul du volume   
de la petite pyramide:**

V =   
V =   
V ≈   
V ≈ 0,030

**3) Rapport de similitude :**





0,7 cm

**7) Calcul du volume total:**VT = 2 Vgrande pyr. – Vpetite pyramdeVT ≈ 2 • 0,802 - 0,030  
VT ≈ 1,574

Réponse : Le volume total est d’environ 1,574 cm3 donc 1,574 carat.