VISION 5

~Notes de cours~

Des outils pour mesurer l’espace



Mathématique 3e secondaire

Collège Regina Assumpta

2015 – 2016





Nom : \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

Groupe : \_\_\_\_\_

|  |
| --- |
| SECTION 5.1 |

# Définitions

|  |
| --- |
| La mesure de la surface délimitée par une figure est appelée \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ ou \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.La mesure de l’espace occupé par un solide est appelée \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_. |

# Conversions

## Longueur

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| $$km$$ | $$hm$$ | $$dam$$ | $$m$$ | $$dm$$ | $$cm$$ | $$mm$$ |

$$×10$$

$$÷10$$

## Aire

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| $$km^{2}$$ | $$hm^{2}$$ | $$dam^{2}$$ | $$m^{2}$$ | $$dm^{2}$$ | $$cm^{2}$$ | $$mm^{2}$$ |

$$×100$$

$$÷100$$

1 dm = 10 cm

1 dm = 10 cm

1 dm = 10 cm

1 dm • 1 dm • 1 dm = 10 cm • 10 cm • 10 cm

1 dm = 1 000 cm³

1 dm3 = 1 000 cm3

## Volume

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| $$km^{3}$$ | $$hm^{3}$$ | $$dam^{3}$$ | $$m^{3}$$ | $$dm^{3}$$ | $$cm^{3}$$ | $$mm^{3}$$ |

$$×1000$$

$$÷1000$$

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Nom de l’unité de volume** | **Symbole** | **Exemple de contexte approprié** |
| Kilomètre cube | km3 | Volume d’une montagne |
| Hectomètre cube | hm3 | Volume d’un centre commercial |
| Décamètre cube | dam3 | Volume d’une maison |
| Mètre cube | m3 | Volume d’un réfrigérateur |
| Décimètre cube | dm3 | Volume d’un téléviseur |
| Centimètre cube | cm3 | Volume d’une gomme à effacer |
| Millimètre cube | mm3 | Volume d’une pièce de monnaie |

## Capacité

|  |
| --- |
| C’est un \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ exprimé principalement en ml, l et kl. Il existe une équivalence entre les unités de volume et les unités de capacité. |

$$÷10$$

$$÷10$$

$$×10$$

$$×10$$

**Unités de capacité**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | $$kl$$ | $$hl$$ | $$dal$$ | $$l$$ | $$dl$$ | $$cl$$ | $$ml$$ |  |
| $km^{3}$**Unités de volume** |  |  | $$hm^{3}$$ |  |  | $$dam^{3}$$ |  |  | $$m^{3}$$ |  |  | $$dm^{3}$$ |  |  | $$cm^{3}$$ |  |  | $$mm^{3}$$ |

$$÷1000$$

$$×1000$$

## Équivalence entre les unités de volume et de capacité

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Volume** | $$1 m^{3}$$ | $$1 dm^{3}$$ | $$1 cm^{3}$$ |
| **Capacité** | $$1 kl$$ | $$1 l$$ | $$1 ml$$ |





$1 dm^{3}$ = $1 litre$

 Exemples :

1. Convertis chacune des mesures suivantes. **(Unités de longueur et de capacité)**
2. 6,8 dm = mm
3. 7,31 dam = hm
4. 0,005 km = m
5. 3,56 l = hl
6. 457 ml = l
7. 0,5 dal = cl
8. 0,000 047 hm = mm
9. 6 mm = dam
10. 21,5 ml = dal
11. 15 cl = l
12. Convertis chacune des mesures suivantes. **(Unités de surface)**
13. 8 m² = cm²
14. 7,1 m² = hm²
15. 3,5 dam² = dm²
16. 478 cm² = dm²
17. 0,073 km² = dam²

1 ha = 10 000 m² = 1 hm²

1. 8 340,72 mm² = cm²
2. 0,000 7 m² = cm²
3. 5,2 × 10³ dm² = dam²
4. 5 421 ha = km²
5. 291 km² = ha

1. Convertis chacune des mesures suivantes. **(Unités de volume)**

= ml

= ml

= l

= l

= l

= cl

= cl

= dl

= dl

= dl

1. 10,5 cm³ = mm³
2. 7 392,34 m³ = hm³
3. 48 km³ = m³
4. 6 924,5 dm³ = dam³
5. 597,996 3 hm³ = km³
6. 35,4 m³ = dm³
7. 5,8 m³ = dam³
8. 3 457 cm³ = dm³
9. 0,359 dam³ = m³
10. 20 mm³ = cm³

**Conversions d’unités de volume en unités de capacité**

1. Convertis chacune des mesures suivantes. (**Conversions d’unités de volume en unités de capacité)**
2. 25,3 l = dm³
3. 145 dl = cm³
4. 0,375 cm³ = ml
5. 887 000 mm³ = dl
6. 0,02 dm³ = kl
7. 500,06 mm³ = l
8. 339 004 cl = m³
9. 0,007 8 kl = mm³
10. Trouve le résultat de ces additions:
11. 5 cm3 + 4 ml + 15 mm3 = \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ ml
12. 10 m3 + 15 cm3 = \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ dm3
13. 150 l + 3 kl + 1 km3 = \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ l

|  |
| --- |
| SECTION 5.2 |

# Volume d’un prisme

De quelle façon pourrais-tu calculer rapidement le nombre de cubes dans ce solide?

|  |
| --- |
| Formule générale du volume d’un prisme : Où $A\_{B}$ : \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ et $h $:\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ |

 Exemple : Calcule le volume de ces prismes.

L = 6 cm

l = 3 cm

h = 4 cm

c = 8 cm

h = 17 cm

c1 = 6 cm

c2 = 8 cm

c3 = 10 cm

h = 20 cm

a) b) c)

aB = 0,04 m

c = 46 mm

h = 12 cm

Pourrais-tu trouver une formule générale pour calculer le volume d’un cube?

V cube =

c = 9 dm

d) e)

aB = 0,04 m

c = 46 mm

h = 12 cm

Pourrais-tu trouver une formule générale pour calculer le volume d’un cube?

V cube =

c = 9 dm

# Volume d’un cylindre

Soit un cylindre droit de hauteur h. On peut considérer à la limite ce cylindre comme étant un de même hauteur et dont la base est un polygone régulier ayant un très grand nombre de côtés. L’aire de la base de ce prisme ayant un très grand nombre de côtés est approximativement égale à l’aire d’un disque.



|  |
| --- |
| Rappel : Dans un cercle : C = A =  |

*Source*:<http://fr.wikipedia.org/wiki/M%C3%A9thode_des_indivisibles>

De quelle façon pourrais-tu calculer l’espace occupé par cet empilement de sous (cylindre)?

h = 4 dm

r = 2 dm

h = 55 m

d = 25 m

|  |
| --- |
| Formule générale du volume d’un cylindre : Où $r$ : \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ et $h $:\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ |

Exemple : Calcule le volume des cylindres suivants et arrondis ta réponse au millième près.

a) b)

h = 4 dm

r = 2 dm

h = 55 m

d = 25 m

# Volume des solides non droits

Exemple 1 : Il y a une pile de feuilles sur le pupitre de ton enseignant. Accidentellement, lors de ton entrée en classe, tu heurtes ce pupitre. Voici ce qui se passe :

La forme de ces 2 piles a-t-elle changée?

Les deux solides ont-ils la même hauteur?

L’aire de chacune des feuilles est-elle la même pour les deux solides?

Serais-tu en mesure de calculer le volume des deux piles de feuilles?

Que peux-tu conclure du volume de ces deux solides?

Exemple 2 :

*Source*: <http://fr.wikipedia.org/wiki/M%C3%A9thode_des_indivisibles>

La forme de ces 2 piles a-t-elle changée?

Les deux solides ont-ils la même hauteur?

L’aire de chacun des sous est-elle la même pour les deux piles?

Serais-tu en mesure de calculer le volume des deux piles de sous?

Source : http://www3.unibo.it/
avl/storia/cavalier.htm

1598-1647

Que peux-tu conclure du volume de ces deux piles?

**C’est ce qu’on appelle le principe de Cavalieri.**

**Conclusion**

|  |
| --- |
| Si deux solides ont la \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ et la \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ pour chacune des sections parallèles à la base, alors ces deux solides ont le \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_. |
| SECTION 5.3 |

# Volume de la pyramide

Référence : <http://monurl.ca/volumepyramide>

1. Les trois pyramides construites ont-elles le même volume? Pourquoi?
2. À quel solide ressemble l’assemblage de ces trois pyramides?
3. Compare la hauteur du solide à la hauteur d’une pyramide. Que remarques-tu?
4. Quelle est la formule générale du volume d’un prisme?
5. Que peux-tu dire sur le volume d’une seule pyramide?

|  |
| --- |
| Formule générale du volume d’une pyramide : Où $A\_{B} $: \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ et $h $: \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_Note : Cette formule permet de calculer le volume des pyramides régulières et non-régulières. |

h

aB

aP

**Apex**

Exemples :

1. Trouve le volume d’une pyramide à base carrée de 24 cm de périmètre et de 10 cm de hauteur.
2. Une pyramide régulière à base pentagonale mesure 615,7 mm d’apothème. Le périmètre et l’apothème de sa base mesurent respectivement 10 dm et 13,8 cm. Trouve le volume de la pyramide **en dm³** et arrondis tes calculs au dixième près.

# Volume du cône

Une démonstration aura lieu en classe afin de trouver la formule du volume du cône. Ton enseignant utilisera un cylindre et un cône de **même** rayon et de **même** hauteur.

1. Tout d’abord, quelle est la formule du volume du cylindre?

Après avoir observé les manipulations de ton enseignant, que peux-tu conclure?

apex

aC

h

r

1. Le cylindre est rempli par \_\_\_\_\_\_ cônes.
2. Alors, on a : \_\_\_\_\_\_ $×$ Volume du cône = Volume du cylindre.
3. Donc, Volume du cône = \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

|  |
| --- |
| Formule générale du volume d’un cône : Où $r $: \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ et $h $: \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ |

Exemples :

1. Sachant que la hauteur et le diamètre d’un cône mesurent respectivement 27 cm et 12 cm, calcule le volume exact de ce cône.
2. Sachant que le rayon d’un cône mesure 3 cm et que son apothème mesure 5 cm, calcule le volume de ca cône et arrondis tes calculs au centième près.

# C:\Users\lamers\Desktop\Sphere_and_Ball.pngVolume de la boule (ou sphère)

|  |
| --- |
| Formule générale du volume de la boule :  Où $r $: \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_Formule générale du volume d’une demi-boule : Où $r $: \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ |

Exemples :

1. Quel est le volume exact d’une boule sachant que son rayon est de 5 cm?
2. Si l’aire d’une boule est de $16π cm^{2}$, alors quel est le volume exact d’une demi-boule de même rayon?

# Volume de solides décomposables

La nature ainsi que les humains créent toutes sortes de formes plus ou moins complexes. Souvent ces solides complexes sont décomposables en solides plus simples, comme un prisme, un cylindre, une pyramide, un cône et une sphère. C’est de cette façon, que l’on peut calculer plus facilement leur volume et leur aire totale.

Rappel :

L’aire totale d’un solide décomposable n’est pas la somme ou la différence des aires totales des solides qui le composent. Il faut calculer seulement l’**aire visible**.

|  |
| --- |
| Le volume total d’un solide décomposable **est** \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ ou la \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ des \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ solides qui le composent. |

 Exemples :

1. Une boîte à lunch en métal a la forme et les dimensions représentées ci-contre et le couvercle est un demi-cylindre. Quel est le volume de cette boîte ? Dans tes calculs, néglige la poignée et arrondis
tes calculs au millième près.



1. Calcule le volume de ce solide troué, sachant que le prisme a 36 cm de longueur, 11 cm de largeur, 12 cm de hauteur et que le cylindre a un rayon de 2,5 cm. Arrondis tes calculs au millième près.

**En résumé**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | Volume | Aire latérale | Aire totale |
| Prisme |  | $$A\_{L}=P\_{B}•h$$ | $$A\_{T}=P\_{B}•h+2A\_{B}$$ |
| Cylindre |  | $$A\_{L}=2πrh$$ou$$A\_{L}=πdh$$ | $$A\_{T}=2πrh+2πr^{2}$$ou$$A\_{T}=πdh+2πr^{2}$$ |
| Pyramide |  | $$A\_{L}=\frac{P\_{B}•a\_{p}}{2}$$ | $$A\_{T}=\frac{P\_{B}•a\_{p}}{2}+A\_{B}$$ |
| Cône |  | $$A\_{L}=πra\_{c}$$ | $$A\_{T}=πra\_{c}+πr^{2}$$ |
| Sphère |  |  | $$A\_{T}=4πr^{2}$$ |
| Demi-sphère |  | $$A\_{L}=2πr^{2}$$ | $$A\_{T}=3πr^{2}$$ |

 Exemples :

6 cm

8 cm

aP = 7,6 cm

1. Soit le solide à base carrée suivant :

\**N’oublie pas d’écrire tes formules et d’arrondir tes*

*calculs au millième près.*

1. Calcule son aire latérale.
2. Calcule son aire totale.
3. Calcule son volume.
4. Soit le solide suivant :

D = 10 cm

20 cm

50 cm

\**N’oublie pas d’écrire tes formules et d’arrondir tes*

*calculs au millième près.*

1. Calcule son aire latérale.
2. Calcule son aire totale.
3. Calcule son volume.
4. Calcule l’aire totale et le volume de ce solide.

$D=8 cm$ et $d=2 cm$

Dans un premier temps, calcule et inscris tes réponses de façon exacte, puis arrondis-les au millième près.

|  |  |
| --- | --- |
| Aire | Volume |

1. Calcule au millième près…
2. l'aire totale de ce cône tronqué.

Je vois très bien que ce cône tronqué est un gros cône auquel on a enlevé la pointe qui représente un petit cône…

12 cm

25 cm

7,5 cm

15 cm

1. le volume de ce cône tronqué.

|  |
| --- |
| SECTION 5.4 |

# Racine cubique d’un nombre

|  |
| --- |
| La racine cubique d’un nombre (radicande) est la recherche d’un autre nombre qui, élevé au cube, donnera le radicande.Par exemple, la racine cubique de 1 331 est égale à 11, car $11^{3}=1 331$.N.B. La racine cubique est l’opération inverse d’élever un nombre au cube. |

Indice

Radical

$\sqrt[n]{xy}$

Radicande

Exemple : Sachant que le volume d’un cube est de 238 328 cm³, trouve la mesure de son arête.

## RACINES CARRÉE ET CUBIQUE D’UN NOMBRE

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| $$\sqrt{25}=$$ |  |  |  |  |
| $$\sqrt{81}=$$ |  |  |  |  |
| $$\sqrt[3]{8}=$$ |  |  |  |  |
| $$\sqrt[3]{64}=$$ |  |  |  |  |
| $$\sqrt[4]{16}=$$ |  |  |  |  |

# Théorie des exposants

|  |  |
| --- | --- |
| Lois des exposants(a ∈ $R$, b ∈ $R$, m ∈ $R$, n ∈ $R$) | ExemplesLe symbole « ∈ » signifie *appartient à*… OU *est élément de…* |
| 1) a1 = a  |  |
| 2) a0 = 1 a ≠ 0 |  |
| 3) am • an = am + n R | 2 3 • 2 4 = 27a 3 • a 2 = a5 |
| 4) am ÷ an =  am – n a ≠ 0 | 52 a-2 =  |
| 5) (am)n = am • n = amn m, n ∈ R  | (2 4 ) 3 = 212(a 2 ) 3 = a6 |
| 6) (a • b)m = am • bm = am bm m ∈ R  | (32 • 7)5 = 310 • 75(a • b)3 = a3b3  |
| 7) =  b ≠ 0 |  avec d ≠ 0 |

# Solides semblables

|  |
| --- |
| Deux solides sont semblables si l’un est un agrandissement, une réduction ou la reproduction exacte de l’autre.Deux solides sont semblables si :1. Les angles homologues (correspondants) son isométriques.
2. Les mesures des arêtes homologues sont proportionnelles.

N.B. Ces deux conditions sont les mêmes que pour les figures semblables (à deux dimensions). |

*\*Dans des figures semblables, on remarque une régularité intéressante entre certains rapports.*

Toutes les mesures du rectangle ABCD ont été de façon à obtenir le rectangle A’B’C’D’.

L’aire a-t-elle été triplée elle aussi?





Toutes les mesures du prisme 1 ont été de façon à obtenir le prisme 2.

Que peux-tu dire au sujet de leur volume?

|  |
| --- |
| **Les rapports…**Rapport de similitude = Rapport des aires = Rapport des volumes =  |

c = 32 cm

h = 56 cm

I’

H’

K’

L’

M’

N’

O’

P’

Solide 2

 Exemples :

1. Voici deux solides semblables.

c = 8 cm

h = 14 cm

I

H

K

L

M

N

O

P

Solide 1

1. Calcule le volume de chacun des solides.
2. Calcule le rapport des volumes.
3. Calcule l’aire totale de chacun des solides.
4. Calcule le rapport des aires totales.
5. Détermine le rapport de similitude de ces deux solides.
6. Compare le rapport des volumes (calculé en b) avec le rapport de similitude (calculé en e). Qu’observes-tu?
7. Compare le rapport des aires (calculé en d) avec le rapport de similitude (calculé en e). Qu’observes-tu?
8. Voici le volume de 2 cylindres semblables. Trouve le rapport de similitude simplifié de ces solides. $V\_{1}=343π$ et $V\_{2}=27π$
9. Voici l’aire totale de deux cubes semblables. Trouve le rapport des volumes simplifié de ces solides. $A\_{1}=864$ et $A\_{2}=1 350$
10. Voici l’aire d’un solide : $A\_{1}=\frac{29}{18}$. Trouve l’aire d’un solide semblable plus grand dont le rapport de similitude entre ces 2 solides est de $\frac{5}{6}$.
11. Le rapport des volumes de deux cylindres est de $\frac{1}{125}$. La hauteur et le rayon du plus petit cylindre mesurent respectivement 12 cm et 3,4 cm. Calcule l’aire totale exacte du plus gros cylindre.